Revista Digital Universitaria
10 de julio 2005 • Volumen 6 Número 7 • ISSN: 1067-6079

ARTICULO

EL NÚMERO ÁUREO: EN BÚSQUEDA DE LA PERFECCIÓN NATURAL

Aldo Humberto Romero Castro
Profesor Investigador Cinvestav-Queretaro. Qro, Mexico.
aromero@qro.cinvestav.mx

EL NÚMERO ÁUREO: EN BÚSQUEDA DE LA PERFECCIÓN NATURAL*

Resumen
En este artículo abordamos la concepción natural de perfección en la belleza de la naturaleza y su relación con el número áureo. También discutimos las realizaciones de esta proporción que pueden observarse en diversos campos de la ciencia, especialmente enfocándonos en el campo de la nanotecnología.

Palabras clave: número áureo, naturaleza, geometría, nanotecnología, divina proporción.

AUREAL NUMBER: IN SEARCH OF THE NATURAL PERFECTION

Abstract
In this article we discuss the natural conception of perfection in beauty in nature and its relation with the golden number. At the same time, we discuss the different realizations of this ratio which can be observed in several fields in science, but we focus mostly in the field of nanotechnology.

Keywords: golden number, nature, geometry, nanotechnology, proportion divine.

10 de julio 2005 • Volumen 6 Número 7 • ISSN: 1067-6079

$$\frac{AB}{CB} = \frac{CB}{AC}$$

FIG. 1: Relación de proporciones para derivar el valor del número

La geometría es una de las áreas matemáticas más empleadas en nuestra civilización. Desde el tiempo de los egipcios, muchas construcciones fueron creadas con base en relaciones geométricas que los científicos de la época fueron capaces de desarrollar. Uno de los grandes hallazgos de esa época es el denominado número de oro o número áureo (*golden number* en inglés) [1-5]. Desde su determinación, han aparecido de este número muchas demostraciones.

En este artículo discutiremos algunas de ellas, especialmente, dentro del ámbito de la física. Presentaremos también ejemplos en la biología, anatomía, arquitectura, etc. Más que tratar de convencer al lector de la importancia de este número, queremos enfatizar la aparición de éste en muchos eventos de la naturaleza. Dejando como cuestión fundamental si la naturaleza ha sido capaz de desarrollar una relación universal contenida en este número que pueda convertirse en una herramienta más en nuestro análisis para tratar de comprenderla.

El número áureo, denotado también como ϕ ,tiene un valor de (1 +$\sqrt{}$ 5) /2. Su nombre se ha propuesto en base a las iniciales de Pheidias, escultor griego, que supuestamente usó este número al construir el Partenón (durante el Renacimiento también se denominó a este número como la *divina proporción).* Aunque no existe todavía un acuerdo sobre si f aparece directamente dentro de las escalas fundamentales del Partenón, se sabe que aparece claramente en otras construcciones griegas (teatro Epidaurus, el teatro de Dionysus en Atenas, etc.)[1] Algunas evidencias indican que los egipcios usaron esta proporción para sus construcciones, principalmente, en las pirámides, pero fue el matemático Euclides el que encontró una relación matemática fundamental para derivar su valor. En la proposición 30, de su libro 5, expone la siguiente construcción que representamos en la Fig. 1. Si denominamos como 1 a la longitud del segmento AB y como x al segmento AC, es fácil probar que la proporción entre el segmento largo, al segmento inmediatamente más corto, da lugar a la ecuación de segundo orden x2 - x + 1, que tiene como solución al número ϕ

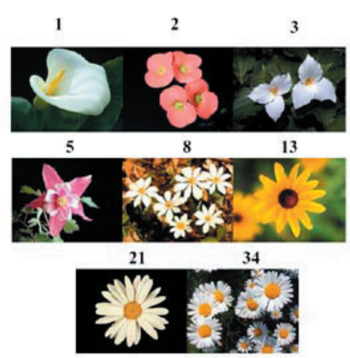

FIG. 2: Diferentes tipos de flores que en el número de sus pétalos dan lugar a la serie de Fibonacci [2] .

Esta proporción divide a un segmento en dos, uno más grande que el otro, dando lugar a un único valor. Esta relación se ha determinado en diferentes áreas de la ciencia como una manifestación esencial del balance y la proporción (especialmente en épocas antiguas y hasta el medioevo). Una de las obras de arte más admiradas por el mundo es la escultura *El David*, de Miguel Ángel, que se considera frecuentemente como una manifestación de la perfección. Esta obra maestra pone de manifiesto que muchas de las diferentes proporciones, dentro de lo que se consideró perfección en esa época, vienen dadas por ϕ .

Este número no sólo ha sido encontrado de manera directa en teoría de proporciones, sino también en el ámbito de modelos de población. Uno de los modelos más conocidos da lugar a la conocida serie de Fibonacci, matemático italiano del siglo XII, que encontró una serie que reproducía naturalmente el valor de ϕ. La serie se construye de la siguiente manera: dados con los números 0 y 1, cada número de la serie es sencillamente la suma de sus dos inmediato predecesores, dando lugar a 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... Si tomamos la proporción entre dos números consecutivos de esta serie, en ella converge el número ϕ. Aunque esta observación, sobre la serie de Fibonacci, es bastante interesante, es importante notar que también esta convergencia se da para cualquier serie que se construya como $f(n + 1) = f(n) + f(n-1)$, lo que nos da a entender que el número ϕ está conectado a la forma en que las series se construyen y no a una construcción en particular.

La serie de Fibonacci es uno de los conjuntos de números que aparecen muy frecuentemente dentro de la naturaleza. Por ejemplo, el número de pétalos de muchísimas flores es un número de la serie, como se muestra en la figura 2. En crecimiento de plantas, el número de ramas que se van obteniendo a medida que el árbol crece es usualmente un número perteneciente a la serie 6 [3]. Otro ejemplo típico es el cono de pino (o piña de pino), como se ven en la figura 3. Un cono de pino se puede pensar como un conjunto de espirales que se van retorciendo hasta llegar a unirse en un punto que es el que se une al tallo. Hay ocho espirales en la dirección de las manecillas del reloj, mientras que hay 13 que se acercan más rápidamente a la punta en contra de las manecillas del reloj (situación muy similar se puede observar en una piña o en el girasol o en la coliflor).

La frecuencia con la que números pertenecientes a la serie de Fibonacci se manifiestan dentro de muchos objetos o situaciones en la naturaleza parecen indicar que hay algo intrínseco y óptimo que la naturaleza ha desarrollado ¿Por qué estos números se repiten en muchas plantas? ¿Por qué en la estructura de muchos moluscos o en la forma del ser humano? ¿Hay algo valioso en estas proporciones? Lo que sí es claro es que tiene muchas repercusiones en cómo la naturaleza se adapta a las condiciones del medio. De la misma manera que la serie de Fibonacci aparece en muchas realizaciones, también lo hace el número directamente. Este número se presenta muy frecuente en formas geométricas; por ejemplo, aparece como el valor de la diagonal de un pentágono regular de lado unidad, el rectángulo áureo (tome el rectángulo ϕ con lados unidad y *phi* y trace internamente iterativamente rectángulos usando siempre el lado más corto del más reciente rectángulo trazado y defina los puntos de corte entre el anterior rectángulo y el nuevo. Esta construcción, debida al Físico Bernoulli da lugar a una espiral elíptica que también aparece en muchas formas de la naturaleza).

10 de julio 2005 • Volumen 6 Número 7 • ISSN: 1067-6079

En el área de la anatomía, recientes estudios de un grupo ruso dirigidos por el Dr. Korotkov han demostrado que si se analizan las ondas del cerebro de pacientes con cierta manifestación de euforia,visualización muy activa o demasiado perceptivos, la proporción entre las ondas cerebrales esta dada por este número [4].

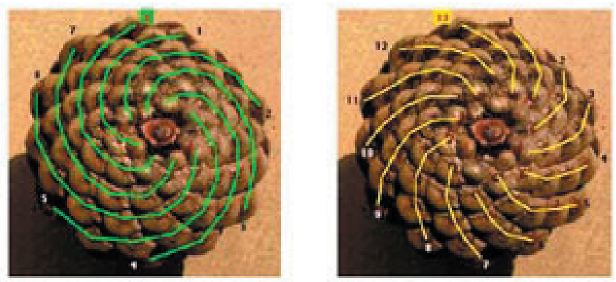

FIG. 3: Formas espirales en la superficie de los conos de pino que dan lugar a los números de Fibonacci[5]

.

Todos los eventos anteriormente descritos parecen indicar que la naturaleza ha desarrollado reglas que están enmarcadas dentro de la magia de las relaciones matemáticas, que la ayudan a optimizar sus esfuerzos y mejorar sus condiciones. Vamos a enfocarnos más en la realizaciones de este número en el área de ciencia de materiales, que también manifiesta de manera unívoca, que las leyes de la física hacen uso del valor de ϕ, especialmente en cómo se maximiza o minimiza cierta propiedad, una estructura o una ley de comportamiento.

Dentro de la ciencia de materiales, centrémonos en la nanotecnología, área de creciente interés, tecnológico y científico, que pretende desarrollar dispositivos o estructuras a una escala nanométrica (un nanómetro es equivalente a 109 m que es un millón de veces más pequeño que un milímetro. Una manera sencilla de darse cuenta de estas dimensiones es pensar que esta escala se consigue logrando colocar 5 átomos de carbono en una línea).

Entre las muchas formas estructurales que se pueden obtener a esta escala, una de las que ha atraído enormemente la atención es la de los agregados metálicos. Los agregados, tal y como su nombre indica, son agrupaciones de átomos de unos pocos nanómetros de tamaño.

Cosmos Agua
Fuego Tierra Aire

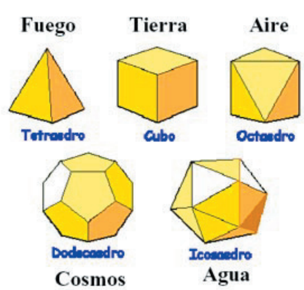

FIG. 4: Sólidos Platónicos. El significado etéreo dado por los griegos esta para cada uno de ellos. De acuerdo a los griegos sólidos daban lugar al universo.

La parte más interesante es que estas estructuras poseen propiedades diferentes con respecto a sus contrapartes cristalinas (las propiedades electrónicas de agregados de oro son bastante diferentes de las del sistema cristalino, por ejemplo su color es diferente y depende del tamaño). Las formas estructurales que pueden adquirir son muy diversas, pero solo algunas predominan.

Sorprendentemente, éstas se pueden obtener como extensiones o realizaciones de los denominados sólidos platónicos, que se resumen en la figura 4. Éstos son básicamente poliedros regulares (un poliedro es un sólido con caras planas). La parte mas interesante es que estos poliedros se pueden relacionar al número ϕ , que de nuevo, mágicamente, hace su aparición en las relaciones de estas formas geométricas. Por ejemplo, si se toman 3 rectángulos que siguen la relación del número áureo (la base es a la altura como el número de oro) y se *intersectan* a ángulos de noventa grados, obtenemos un objeto con 12 esquinas, si dibujamos en cada esquina un pentágono centrado en ellos, obtenemos un perfecto dodecaedro, como el que aparece en la figura 4. Las doce esquinas también resultan ser las 12 esquinas en las que se unen los triángulos que forman el isosaedro (ver figura 4).

En el caso del poliedro de 120 lados, cada uno de los vértices se puede obtener como un múltiplo del númeroϕ. Dentro de este poliedro de 120 lados, se pueden circunscribir muchos otros, por lo que también pueden ser representados a partir del número ϕ. Esto explica en cierta manera que los sólidos platónicos contengan muchas de las estructuras que aparecen a escala nanoscópica y que el número ϕ contenga a todos los sólidos platónicos, dando una relación universal para entenderlos.

Una de las estructuras más famosas hoy en día, en el área de nanotecnología, es el fulereno de 60 átomos de Carbono (con un diámetro del orden de 7.5 x 10 -10 m), que se puede construir de manera muy sencilla: considere una pelota de fútbol que tiene un diámetro del orden de 22 cm, en cada vértice coloque un átomo de carbono y ahora escale esta forma a que tenga el diámetro del denominado fulereno. Esta estructura también tiene una relación muy cercana al númeroϕ, ya que las coordenadas de cada una de las posiciones de los átomos se puede obtener como múltiplos del númeroϕ. Esta forma estructural de carbonos bastante estable tanto mecánicamente como electrónicamente. Es entonces de esperar que estructuras obtenidas bajo transformaciones en las que el número de oro aparece también se comporten de la misma manera?

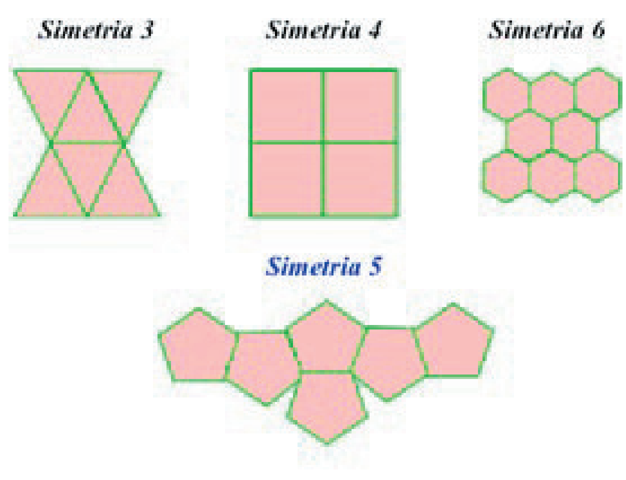

FIG. 5: Uso de diferentes simetrías para el llenado de una superficie plana. Observe que la simetría 5, tiene vacíos que no puede llenar.

10 de julio 2005 • Volumen 6 Número 7 • ISSN: 1067-6079

Otro ejemplo en la física, donde estas relaciones aparecen de manera muy clara, es en las denominadas *losetas de Penrose.* El problema se propone de la siguiente manera: ¿Cómo podemos cubrir un espacio bidimensional usando sólo figuras geométricas de una cierta simetría? Hasta no hace muy poco se creía que solamente se podía hacer con formas de cierta simetría como se muestra en la figura 5. El caso de simetría cinco, es decir, con pentágonos. A primera vista uno decidiría que no se puede llenar un espacio bidimensional con esta forma. Recuerde que el número ϕ está asociado al pentágono en sí. Fue en los 70's cuando el matemático Roger Penrose propuso una manera de poder hacerlo. Básicamente él encontró que la superficie se podía cubrir con formas geométricas basadas en el número ϕ que se conocen como *losetas de Penrose* y como se muestra en la Fig. 6.

Una realización del recubrimiento espacial se muestra en la misma figura. Independientemente de cual de las losetas se use, al final se puede probar que para poder cubrir correctamente el espacio, la proporción de losetas de un tipo con respecto a otro converge de nuevo al número ϕ Aunque éste pareciera ser nada más una curiosidad matemática, resulta de gran actualidad en la ciencia de materiales, en los denominados cuasi-cristales, que son básicamente estructuras que no son completamente cristalinas y que presentan manifestaciones como las de sistemas desordenados (vidrios). Observados por primera vez en sistemas de aluminio-manganeso (Al6Mn), pero desde entonces han sido observados en muchos otros sistemas tales como: Nb- Fe, Al-Mg-Zn, Al-Ni-Co, V-Ni-Si, Cr-Ni, etc[6].

En la literatura se pueden encontrar muchos otros ejemplos, que aquí no han sido incluidos, pero esperamos haber presentado una visión muy rápida de la importancia del número áureo y su aparición en la teoría de proporciones. Ninguno de los ejemplos que discutimos aquí es la representación de la perfección, pero si resulta fascinante que exista una tendencia natural que aparece muy frecuentemente y que no podemos explicar en base a un evento únicamente aleatorio. Sólo queremos hacer hincapié que así como nosotros tratamos de manipular y modificar la naturaleza a nuestro antojo, ella también se ha tomado el tiempo de desarrollar leyes que, aunque lejos de nuestra comprensión, aparecen de manera repetitiva en muchos de sus eventos.

Agradecimientos

EL autor agradece a sus colaboradores, Prof. Cristian Mourkarzel del CINVESTAV, Unidad Mérida, Dr. Jorge Serrano, Dr. José Luis Rodríguez por sus comentarios agudos y acertados durante la lectura de este artículo. Un especial agradecimiento a Tatiana y a mi hija quienes me recuerdan día a día que la naturaleza esta llena de sorpresas. El autor también agradece el apoyo recibido por el proyecto de la Universidad de California.

Losetas de Penrose
Pentágono Áureo

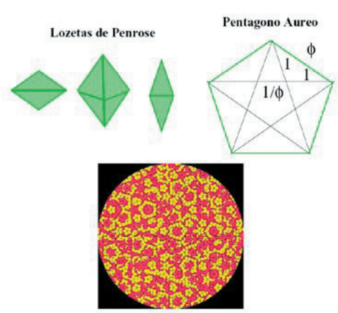

FIG. 6: Representación de las losetas de Penrose que se sacan de partes del pentágono regular o áureo. La figura de abajo representa una realización del recubrimiento en dos dimensiones usando las losetas y que ha sido tomada de la pagina http://www.physics.emory.edu/ weeks/pics/qvote3.html
México y los Estados Unidos (UC MEXUS) y al proyecto CONACYT México J42647-F.

BIBLIOGRAFÍA

[1] HUNTLEY, H. E., *The Divine Proportion : A Study in Mathematical Beauty* , New York, Dover Publications, 1970.

[2] GARLAND T. H., "Fibonacci fun: fascinating activities with intriguing numbers", Dale Seymour Publications, 1997.

[3] M. Livio, *Natural History,* vol. 112, (2), 64, 2003.

[4] Disponible en internet: http://goldennumber.net/classic/history.htm

[5] Disponible en internet: http://www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/_b.html

[6] Disponible en internet: http://britton.disted.camosun.bc.ca/_bslide/jb_bslide.htm

[7] Disponible en internet: http://www.soulinvitation.com/brainphire/

[8] ESCUDERO, J. G. y GARCÍA, J. G. , *International Journal of Modern Physics B*, vol. 16, 1205, 2002.

*Este articulo, en esta versión, no fue modificado a petición del autor.