

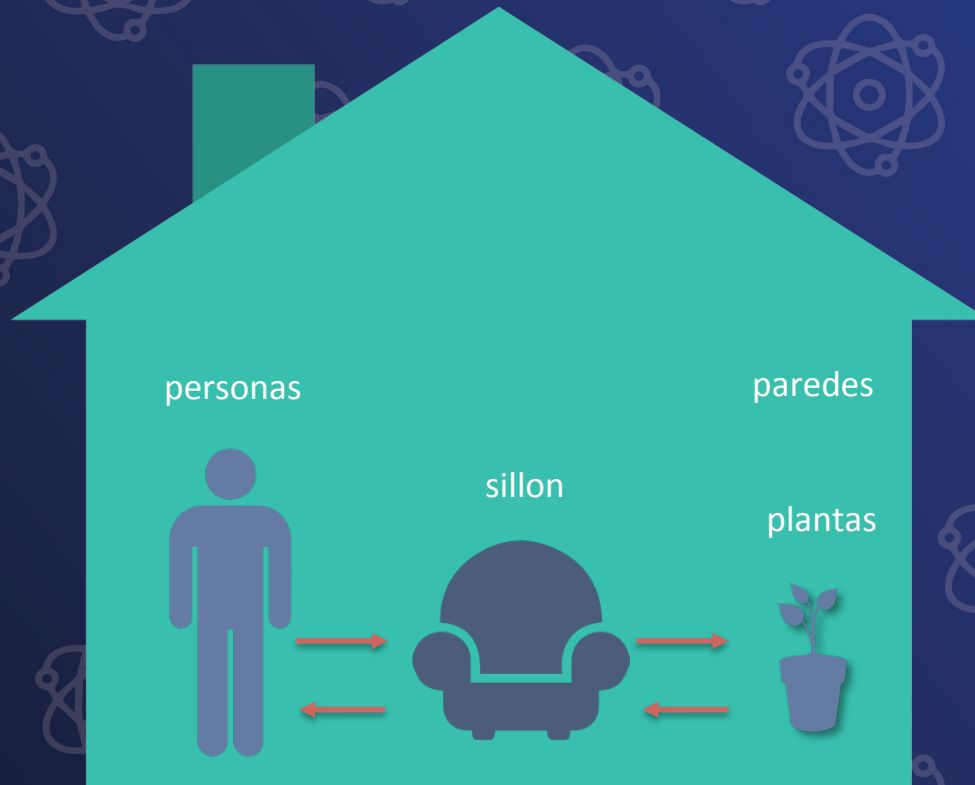




# **CURSO: TRANSFERENCIA DE ENERGÍA**

Doctor Rafael Fernández Flores

Trabajo realizado con el apoyo del  
Programa UNAM-DGAPA-PAPIME  
PE110517



## **RADIACIÓN ENTRE CUERPOS NEGROS**

# PROBLEMA

Cuando dos objetos se encuentran uno en presencia de otro, ocurre una transferencia de calor por radiación recíproca, entre ellos. La cantidad de energía que cada uno de ellos recibe, depende de la geometría y de los materiales de los que están hechos.

¿Cómo se calcula esa cantidad de energía?



# OBJETIVOS

**1** Saber calcular la cantidad de energía radiada que es percibida por un cuerpo cuando está en presencia de otro.

**2** Conocer la fórmula para calcular la cantidad de energía radiada intercambiada por dos placas paralelas

**3** Entender el concepto de factor de visión

**4** Utilizar las fórmulas para el cálculo del factor de visión en la determinación de la energía radiada intercambiada entre dos cuerpos.

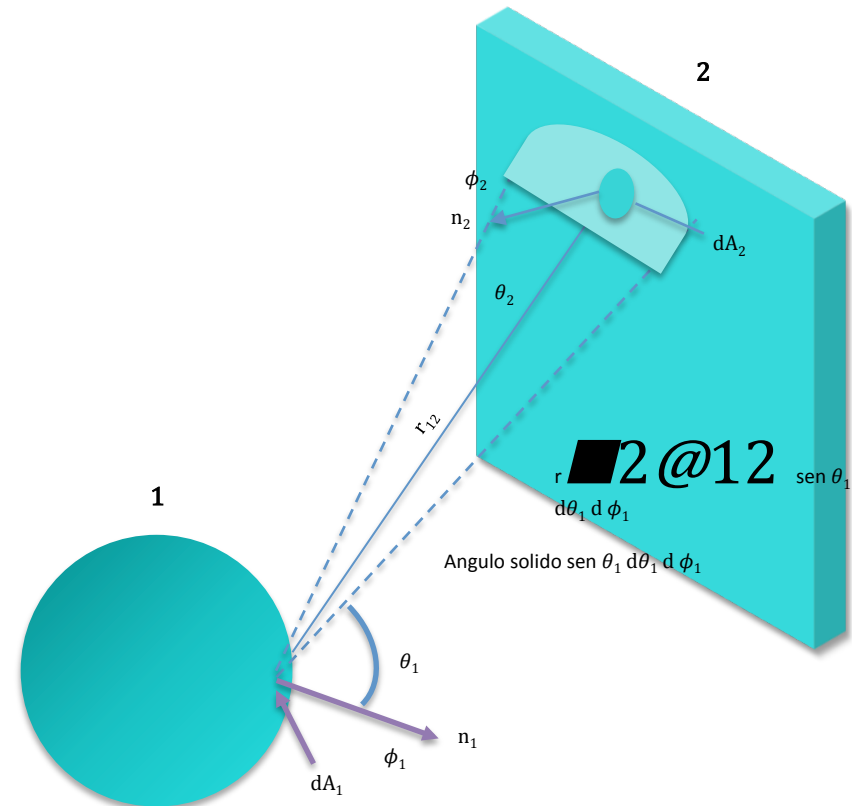


# MENÚ

- **Intercambio radiante entre dos cuerpos negros**
- **Cantidad total de irradiación**
- **Placas paralelas**  
    **Placa aislante**  
    **Termo**
- **Otras Geometrías**
- **Factor de visión**
- **Ejemplos**

# INTERCAMBIO RADIANTE ENTRE DOS CUERPOS NEGROS

- La cantidad total que irradia cada cuerpo (suponiéndolo un cuerpo negro) depende exclusivamente de su Temperatura:
- Si el cuerpo no es negro sino gris, la cantidad total de energía radiada depende de la temperatura y de la emisividad.
- La cantidad de energía radiada depende de la frecuencia de emisión o longitud de onda
- Si dos objetos están uno en presencia de otro se irradian energía mutuamente.
- La cantidad de energía recibida depende de la posición relativa de los cuerpos (geometría)

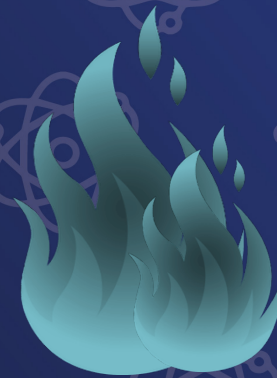


Persona  
30 C



Aire  
5 C

Fuego



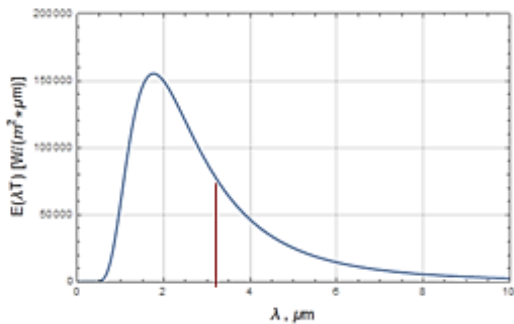
Radiación



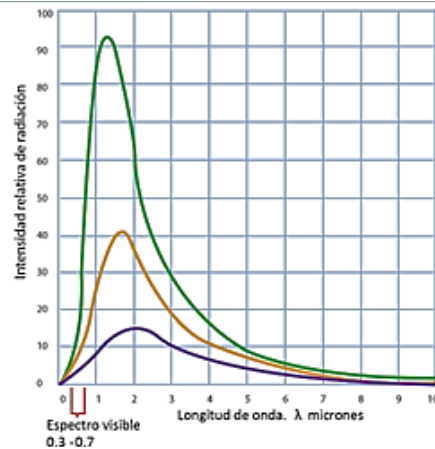
Si dos objetos están uno en presencia de otro  
se irradian energía mutuamente



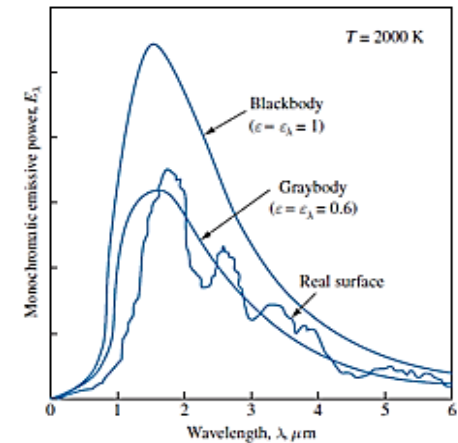
La cantidad de energía radiada depende de la frecuencia de emisión o longitud de onda



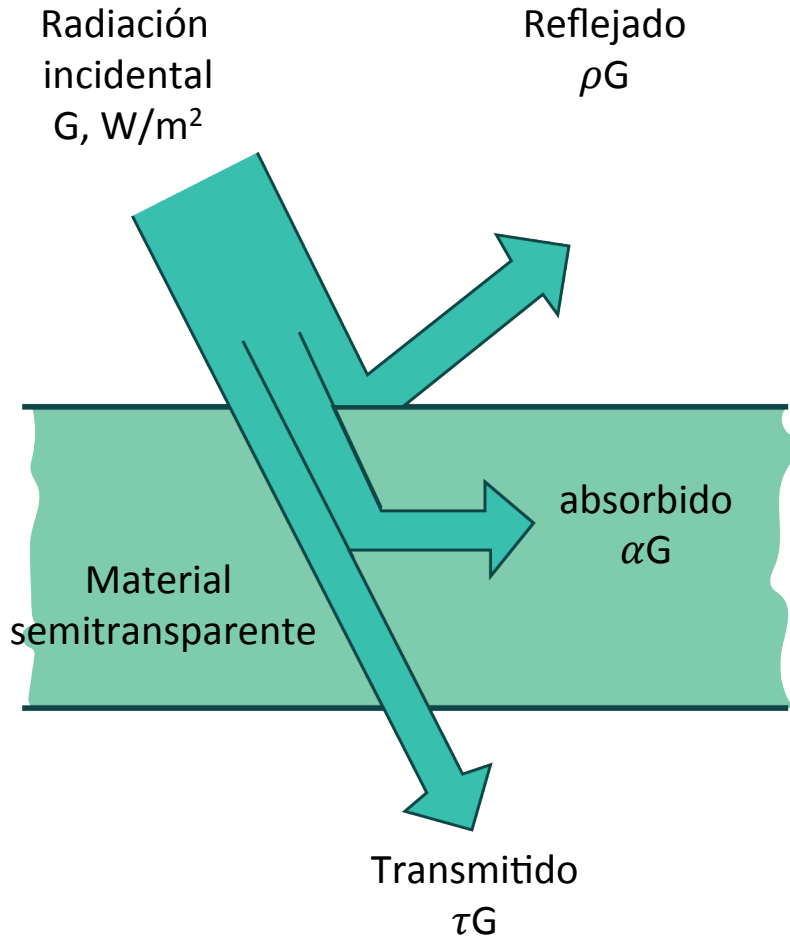
La cantidad total que irradia cada cuerpo (suponiéndolo un cuerpo negro) depende exclusivamente de su temperatura



Si el cuerpo no es negro si no gris, la cantidad total de energía radiada depende de la temperatura y de la emisividad



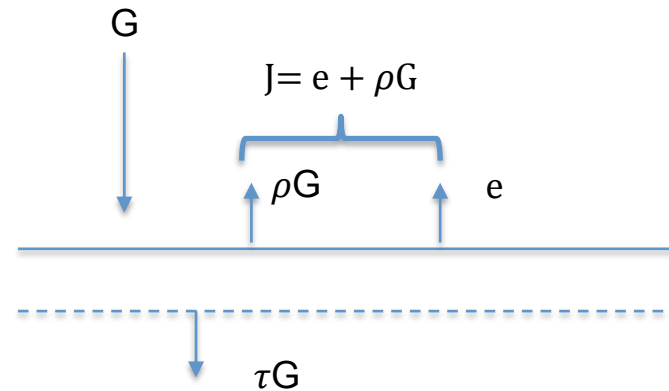
# Cantidad total de irradiación



La cantidad total de irradiación  $G$  puede ser absorbida, reflejada o transmitida:

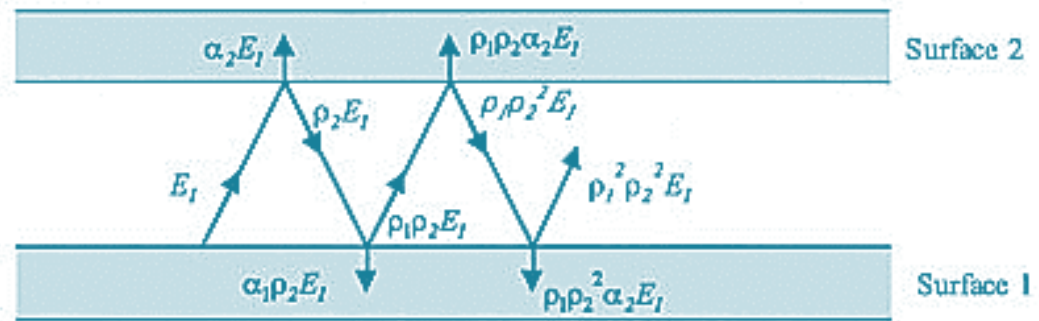
$$G = \alpha G + \rho G + \tau G,$$
$$\alpha + \rho + \tau = 1,$$

Además de la radiación que recibe un cuerpo, también la emite.



La radiosidad  $J$  incluye tanto la energía emitida como la reflejada.

UN CASO SENCILLO.  
INTERCAMBIO DE CALOR  
ENTRE PLACAS  
PARALELAS.



Surface 2 emits	$E_2$
Surface 1 absorbs	$E_2 \alpha_1$
Surface 1 reflects	$E_2 (1 - \alpha_1)$
Surface 2 absorbs	$E_2 (1 - \alpha_1) \alpha_2$
Surface 2 reflects	$E_2 (1 - \alpha_1) (1 - \alpha_2)$

Surface 2 reflects	$E_1 (1 - \alpha_2) (1 - \alpha_1) (1 - \alpha_2)$
Surface 1 absorbs	$E_1 (1 - \alpha_2) (1 - \alpha_1) (1 - \alpha_2) \alpha_1$

...

Para realizar la suma de la energía absorbida por la placa 1 y la placa 2 conviene definir el parámetro

$\beta = (1-\alpha_1)(1-\alpha_2)$ . La energía absorbida por la placa 1 es:

$$E_1(1-\alpha_2)\alpha_1 + E_1(1-\alpha_2)\alpha_1(1-\alpha_2)(1-\alpha_1) + \dots = E_1(1-\alpha_2)\alpha_1(1 + \beta + \beta^2 + \dots) = \frac{E_1(1-\alpha_2)\alpha_1}{1-\beta}.$$

Aprovechando que  $\frac{1}{1-\beta} = (1-\beta)^{-1} = 1 + \beta + \beta^2 + \dots$

De la misma manera puede escribirse la energía absorbida por la placa  $\frac{E_2(1-\alpha_1)\alpha_2}{1-\beta}$

Por lo tanto la cantidad no absorbida por la placa 2 será:  $E_2 - \left(\frac{E_2(1-\alpha_1)\alpha_2}{1-\beta}\right) = \frac{E_2\alpha_1}{1-\beta}$

Y la absorbida por la placa 1:

$$\dot{q}_{\text{net } 1 \text{ to } 2} = E_1 - \frac{E_1(1-\alpha_2)\alpha_1}{1-\beta} - \frac{E_2\alpha_1}{1-\beta} = \frac{E_1 - E_1(1-\alpha_1-\alpha_2+\alpha_1\alpha_2) - E_1\alpha_1 + E_1\alpha_1\alpha_2 - E_2\alpha_1}{1 - (1-\alpha_1-\alpha_2+\alpha_1\alpha_2)} = \frac{E_1\alpha_2 - E_2\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1\alpha_2}.$$

Si  $T_1 = T_2 = q = 0$  por lo tanto:  $E_1/\alpha_1 = E_2/\alpha_2$  Si además el cuerpo 2 es un

cuerpo negro entonces: Lo que implica  $\epsilon = \alpha$

$$\dot{q}_{\text{net 1 to 2}} = \frac{\epsilon_1 \sigma T_1^4 \epsilon_2 - \epsilon_2 \sigma T_2^4 \epsilon_1}{\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_1 \epsilon_2}$$

y por lo tanto

$$\dot{q}_{\text{net 1 to 2}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$$

Que puede describirse finalmente:



## CUERPO NO GRIS

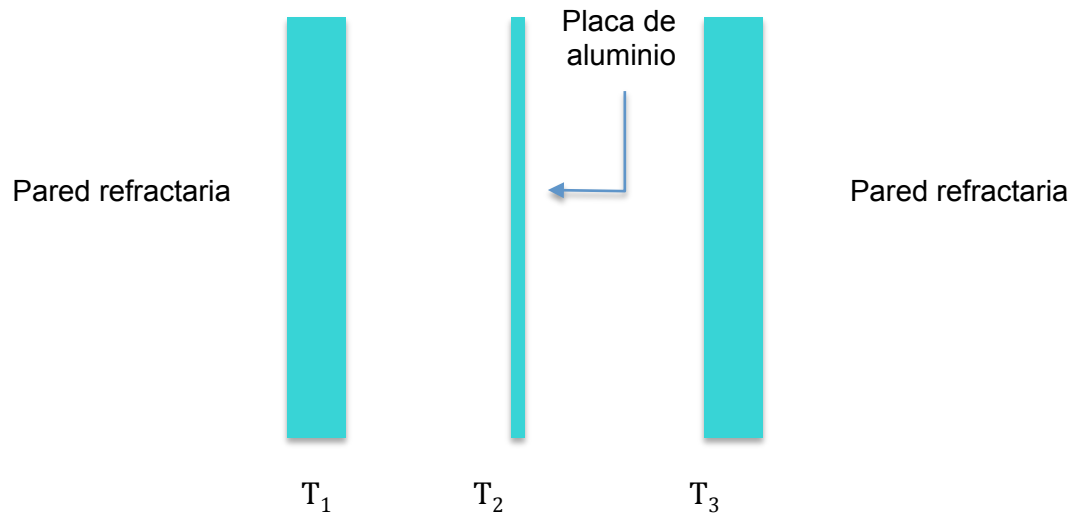
Si no aplica la hipótesis de cuerpo gris entonces depende de  $T^* \varepsilon_1$

Donde  $T^* = \sqrt{T_1 T_2}$

$$q_{1,\text{net}} = (e_{b1} - e_{b2}) \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1(T^*)} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

## EJEMPLO. PLACA AISLANTE

Desarrolle una expresión para calcular la disminución de calor de radiación entre dos placas paralelas cuando entre ellas se coloca una placa de Aluminio



## SOLUCIÓN

- Escribiendo la ecuación del calor radiado entre las superficies 1 y 2

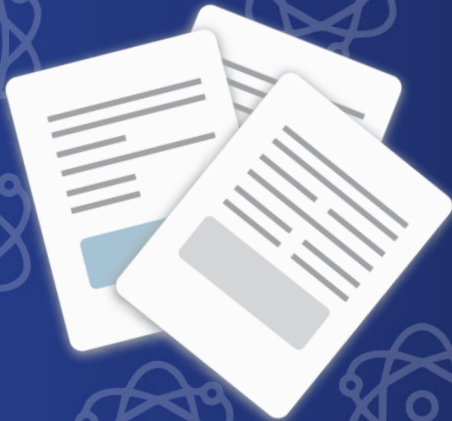
$$q_{1,\text{net}} = (e_{b1} - e_{b2}) \frac{1}{1/\epsilon_1(T^*) + 1/\epsilon_2 - 1}.$$

- Entre las superficies 2 y 3

$$q_{2,\text{net}} = (e_{b2} - e_{b3}) \frac{1}{1/\epsilon_3 + 1/\epsilon_2 - 1}.$$

- Como  $q_{2,\text{net}} = q_{1,\text{net}}$

$$q_{1,\text{net}} (e_{b1} - e_{b2}) / (1/\epsilon_1(T^*) + 1/\epsilon_2 - 1) + (1/\epsilon_3(T^*) + 1/\epsilon_2 - 1)$$



Si no hubiera una placa en medio el cálculo directo entre las superficies 1 y 3 da:

$$q_{1,net} = (e_{b1} - e_{b3}) \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_3} - 1} .$$

$$\frac{q_{1,net}(\text{protegido})}{q_{1,net}(\text{no protegido})} = \frac{1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_3 - 1}{(1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 1) + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_3} (1/\epsilon_2 + 1/\epsilon_3 - 1)}$$

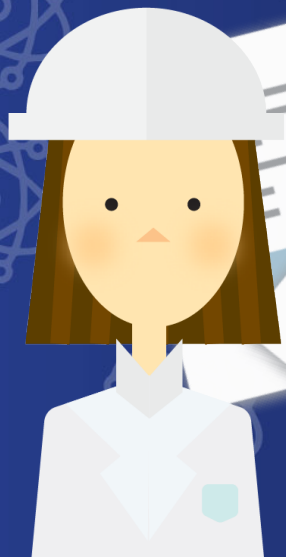
Con:  $\epsilon_1 = \epsilon_3 = 0.8$  y  $\epsilon_2 = 0.2$  El cociente da: 0.143

Mayor apantallamiento puede conseguirse introduciendo más placas

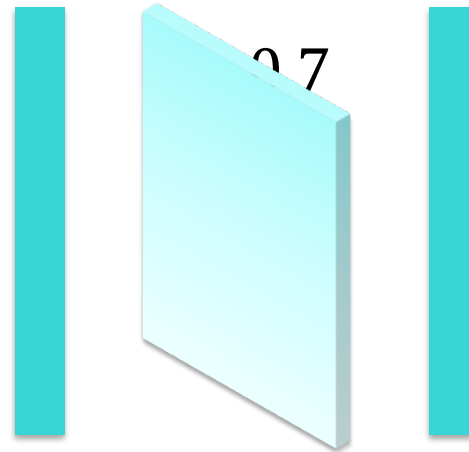
EL COCIENTE DA



## ACTIVIDAD

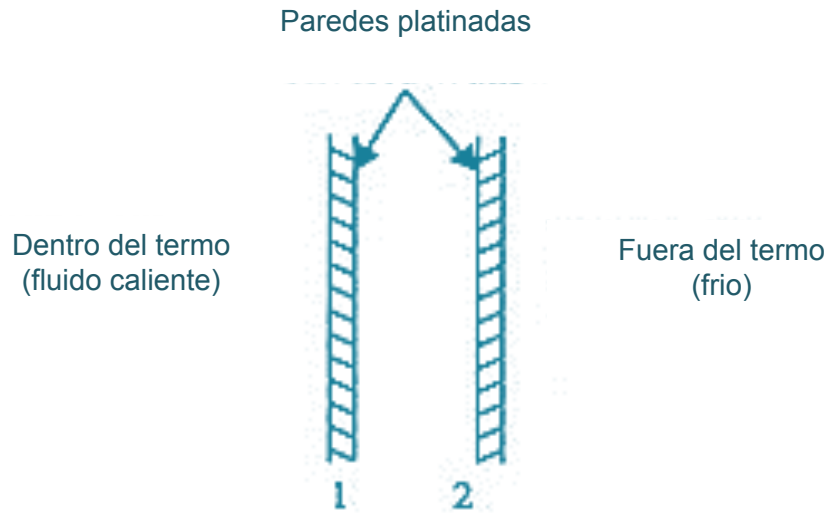


En medio de dos placas de material refractario ( $e = 0.7$ ) se coloca una placa para “apantallar” la radiación. ¿Cuál debe ser la emisividad del material del que se fabrique la placa, si se requiere que el apantallamiento sea de 70 %, ¿Cuál si se desea que sea del 75%?



# TERMO

El siguiente ejemplo calcula la cantidad de calor radiada entre las dos paredes de un termo para estimar el calor transmitido al exterior



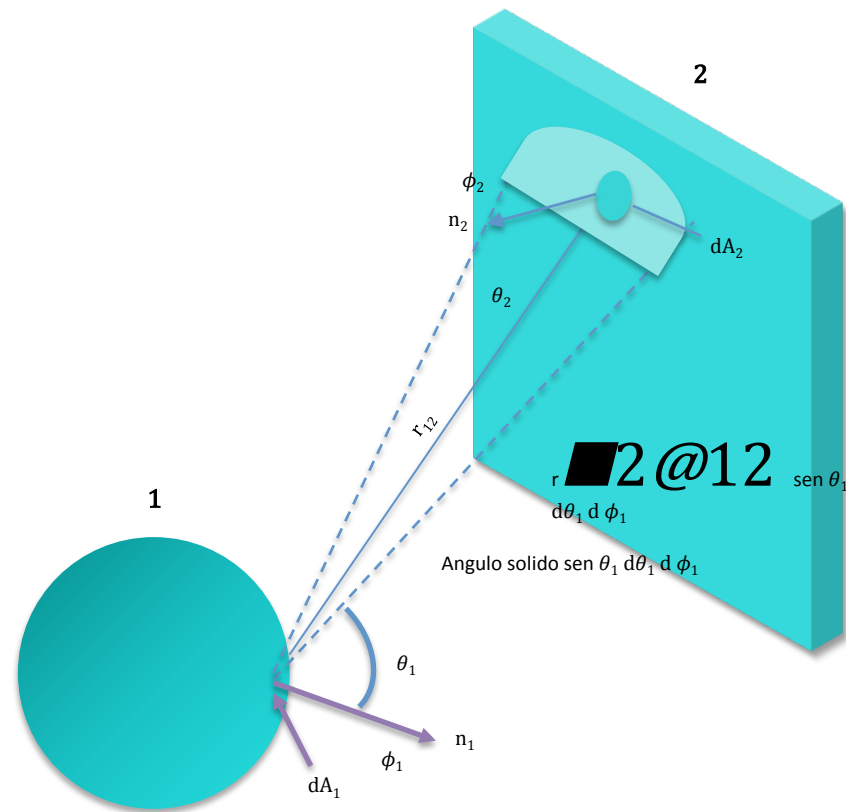
ε<sub>1</sub> = ε<sub>2</sub> = 0.02, walls are polished, T<sub>1</sub> = 100°C = 373 K, T<sub>2</sub> = 20°C = 293 K  
 y lo compara con la cantidad de aislante (corcho) que habría que colocar para obtener el mismo efecto

$$\sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

For the same  $\Delta T$ , if we had cork insulation with  $k = 0.04 \text{ W/m-K}$ , what thickness would be needed?

$$\dot{q} = \frac{k\Delta T}{L} \text{ so a thickness } L = \frac{k\Delta T}{\dot{q}} = \frac{(0.04 \text{ W/m-K})(80 \text{ K})}{6.9 \text{ W/m}^2} = 0.47 \text{ m} \text{ would be needed! The thermos is indeed a good insulator.}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{0.02} + \frac{1}{0.02} - 1} = 6.9 \text{ W/m}^2.$$



## OTRAS GEOMETRÍAS

En la clase anterior se usaron las tablas

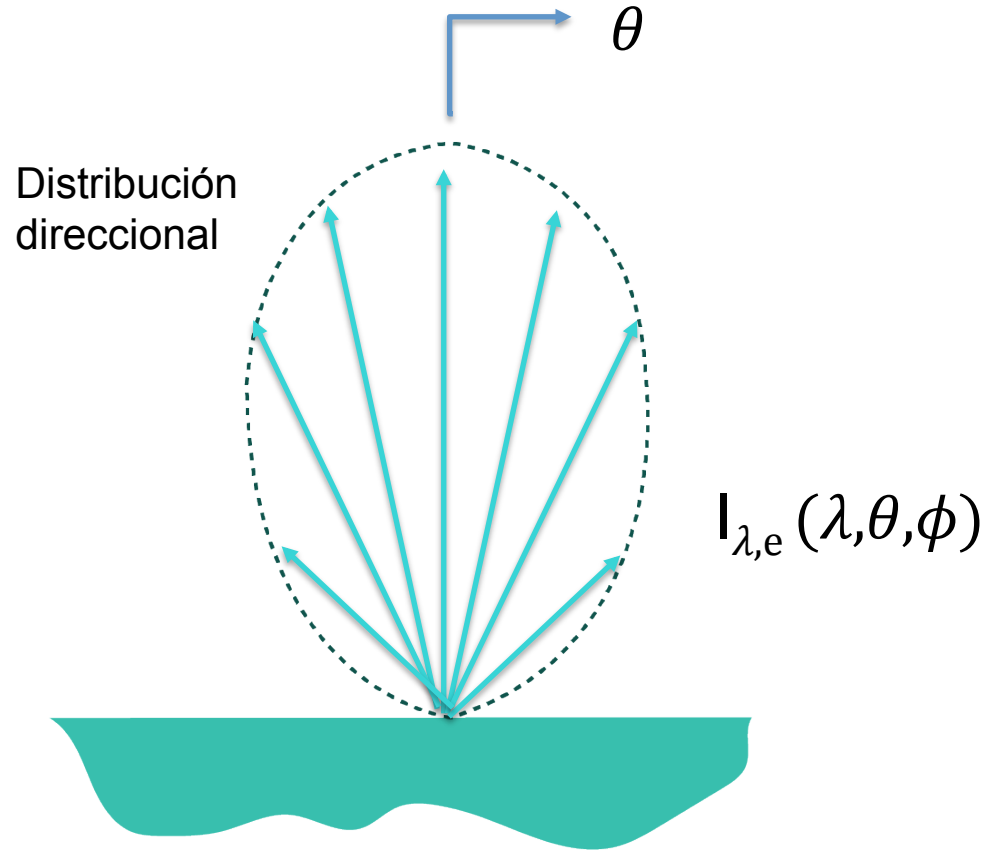
TABLE 12.1 Continued

$\lambda T$ ( $\mu\text{m} \cdot \text{K}$ )	$F_{(0 \rightarrow \lambda)}$	$I_{\lambda,b}(\lambda, T)/\sigma T^5$ ( $\mu\text{m} \cdot \text{K} \cdot \text{sr}$ ) <sup>-1</sup>	$\frac{I_{\lambda,b}(\lambda, T)}{I_{\lambda,b}(\lambda_{\text{max}}, T)}$
10,500	0.923710	0.560522	0.077600
11,000			0.066913
11,500			0.057970
12,000			0.050448
13,000			0.038689
14,000	0.962898	0.217641	0.030131
15,000	0.969981	$0.171866 \times 10^{-5}$	0.023794
16,000	0.973814	0.137429	0.019026
18,000	0.980860	$0.908240 \times 10^{-6}$	0.012574
20,000	0.985602	0.623310	0.008629
2,800	0.227897	0.720239	0.997123
2,898	0.250108	$0.722318 \times 10^{-4}$	1.000000
3,000	0.273232	$0.720254 \times 10^{-4}$	0.997143
3,200	0.318102	0.705974	0.977373

¿Qué significado tiene la función  $I_{\lambda,b}(\lambda, T)$ ?

$$I_{\lambda,b}(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5 [\exp(hc_0/\lambda kT) - 1]}$$

En la clase anterior se usaron las tablas

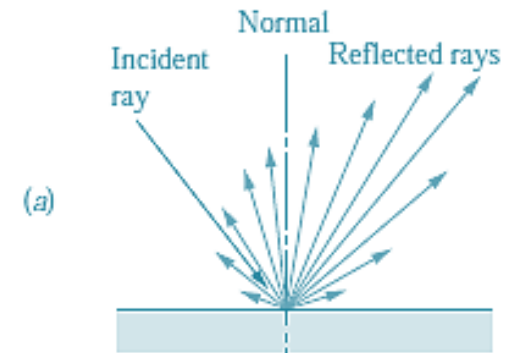
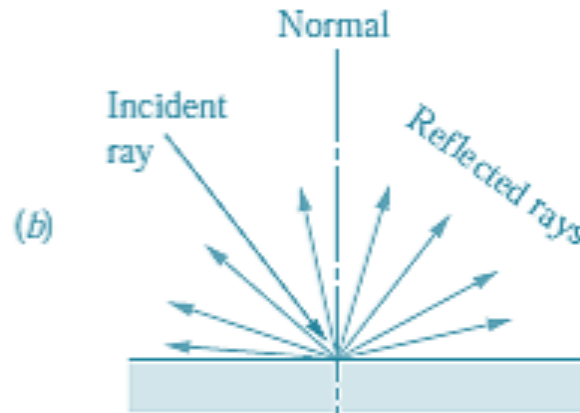
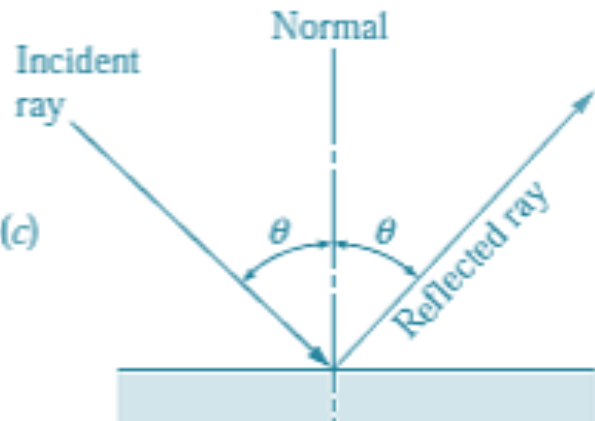


I es la intensidad de la radiación y está relacionada con la distribución angular de la radiación

EL MUNDO DEL  
MATEMÁTICO

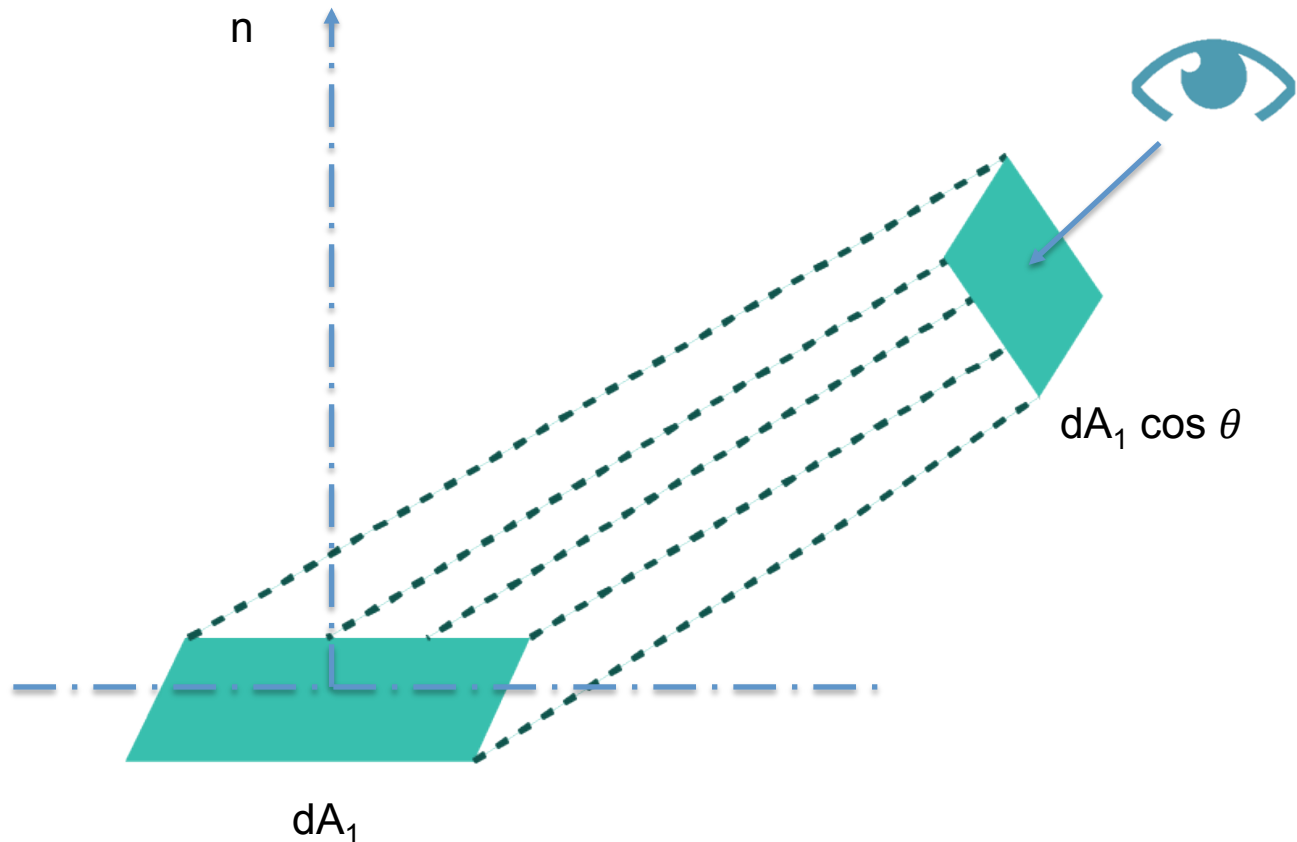
EL FÍSICO

Y EL INGENIERO

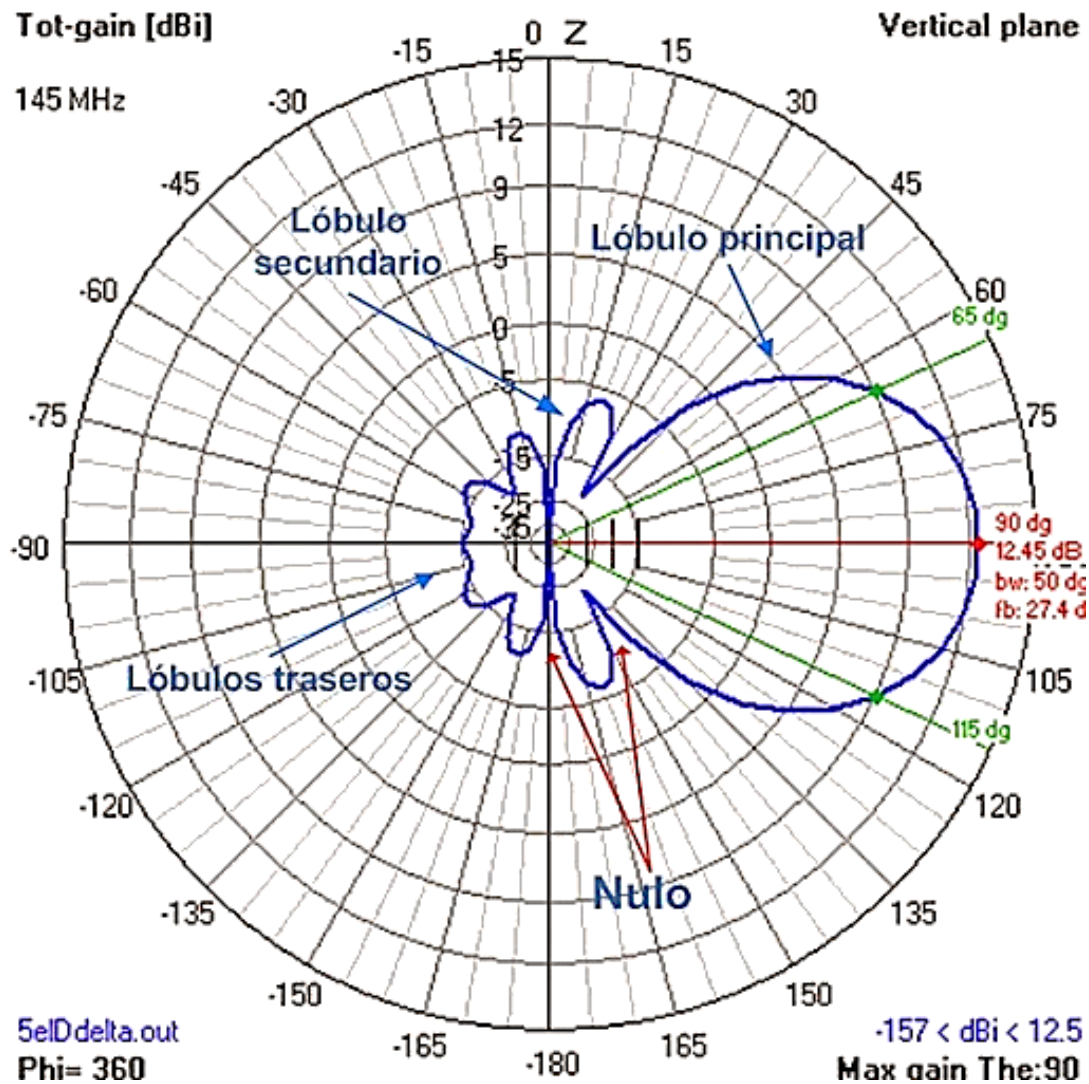


## INTENSIDAD ESPECTRAL

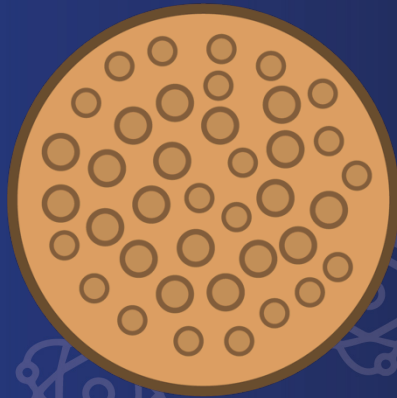
- Definimos a  $I_{\lambda, e}$  como la tasa a la cual la energía radiante es emitida en la longitud de onda  $\lambda$  en la dirección  $(\Theta, \varphi)$ , por unidad de área de la superficie de emisión normal a esa dirección, *por unidad de ángulo sólido*, alrededor de esa dirección y por unidad de intervalo de longitud de onda  $d\lambda$  alrededor de  $\lambda$ .



# Algunos ejemplos





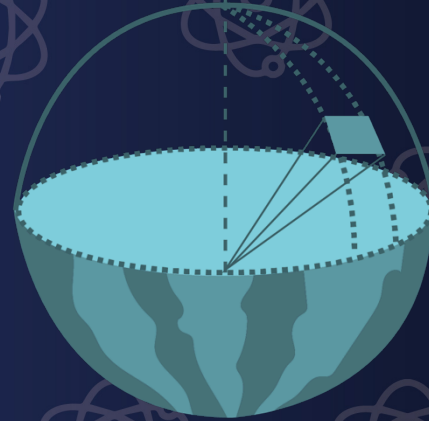


Rebanada de pizza.  
El plano

Definición de Radian:

$$\theta = l/r$$

$$d\theta = dl/r$$



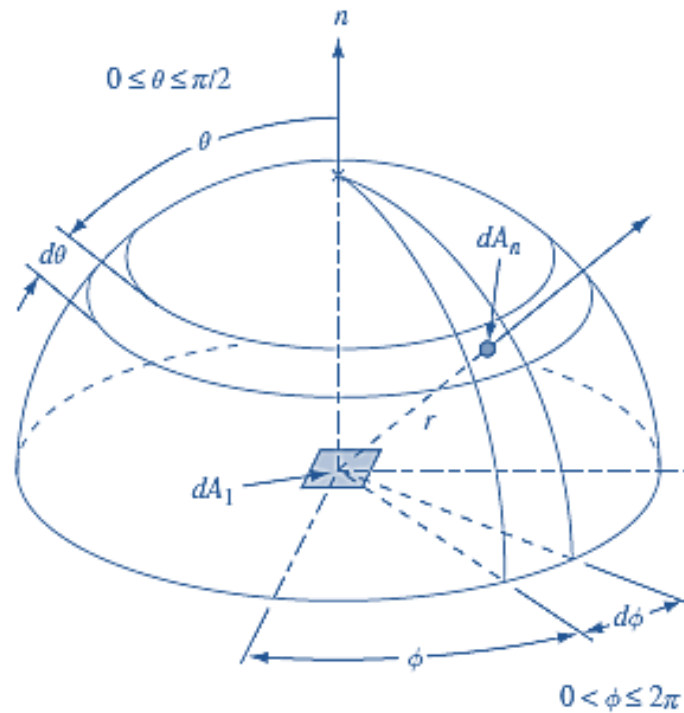
“Calada” de melón.  
El espacio

Definición de Steroradian:

$$\theta = A/r^2$$

$$d\theta = dA/r^2$$

## ÁNGULO SÓLIDO



$$\int_h d\omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin \theta \, d\theta \, d\phi = 2\pi \int_0^{\pi/2} \sin \theta \, d\theta = 2\pi \text{ sr}$$

## INTEGRACIÓN HEMISFÉRICA DEL ÁNGULO SÓLIDO

# LEY DE LAMBERT

Si la intensidad de radiación es independiente de la dirección para una superficie negra:

Se cumple la Ley de Lambert:

La integral de la intensidad de radiación sobre toda la esfera es igual a la potencia de emisión de la fuente y al coseno del ángulo que forma la normal a la superficie con la dirección de los rayos de luz y es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a dicha fuente

$$E_{\lambda}(\lambda) = \pi I_{\lambda, e}(\lambda) = \sigma T^4$$

## INTENSIDAD ESPECTRAL HEMISFÉRICA

$$E = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \, d\theta \, d\phi \, d\lambda$$

$$E_{\lambda}(\lambda) = q n_{\lambda}(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

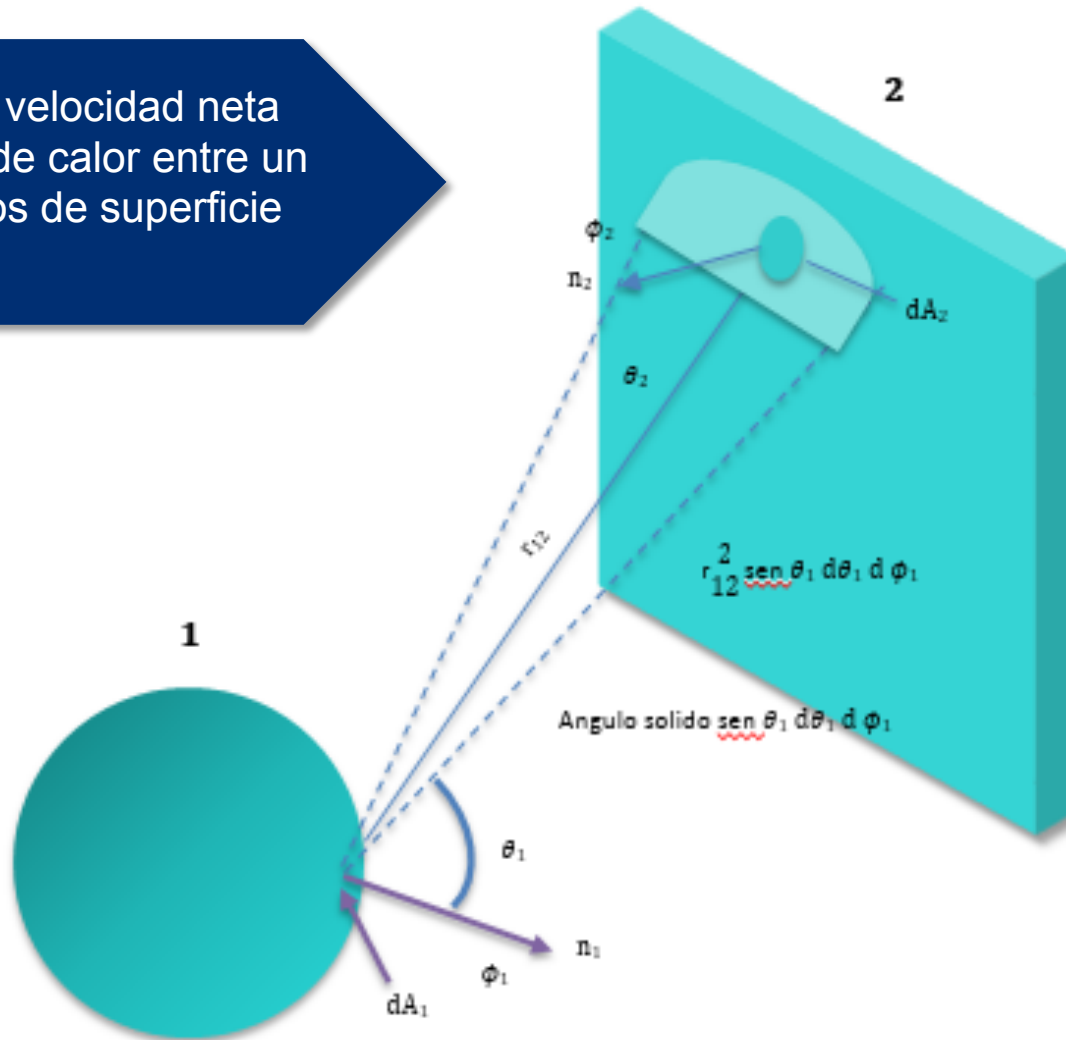
$$E_{\lambda}(\lambda) = \pi I_{\lambda,e}(\lambda)$$

$$E = \int_0^{\infty} E_{\lambda}(\lambda) \, d\lambda$$

Radiación emitida desde un área diferencial  $dA_1$  en un ángulo sólido  $d\omega$  subtendido por un área  $dA_n$  en un punto en  $dA_1$

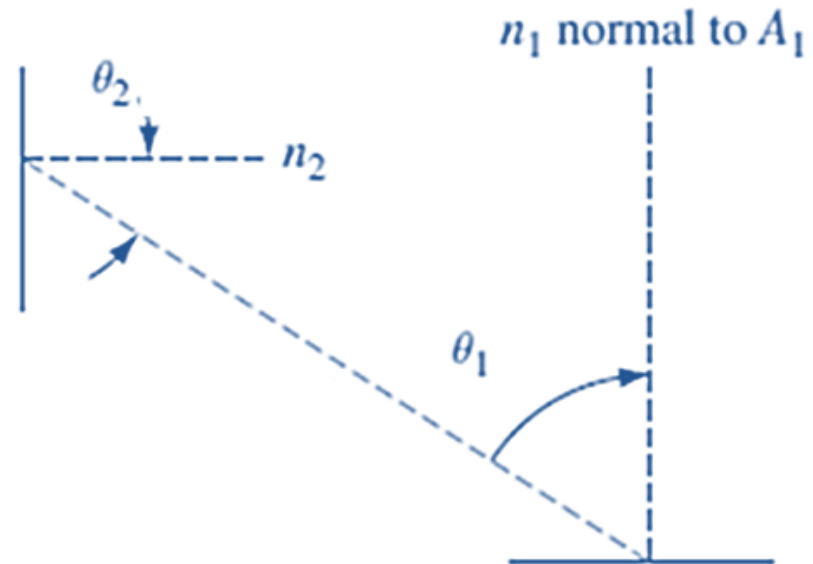
# INTERCAMBIO RADIANTE ENTRE DOS CUERPOS NEGROS

Se considera la velocidad neta de transmisión de calor entre un par de elementos de superficie  $dA_1$  y  $dA_2$



Dos placas de un área pequeña se encuentran separadas una distancia  $r$  y con sus superficies ortogonales, como lo muestra la figura. Determina a) el ángulo  $\theta_1$  entre la línea que une las placas y la normal a la superficie de la placa 1 b) el ángulo  $\theta_2$  entre la línea que une las placas y la normal a la superficie de la placa 2 c) El ángulo sólido subtendido por la placa 2 y d) la irradiación de  $A_1$  que es recibida por  $A_2$ .

Si  $A_1 = 10 \text{ cm}^2 = A_2$  y  $r = 0,5 \text{ m}$  determina el valor de la irradiación de  $A_1$  que es recibida por  $A_2$  cuando  $I_1$  vale  $1000 \text{ W/m}^2 \text{ sr}$ .



## EJEMPLO. DOS PLACAS A 90 GRADOS

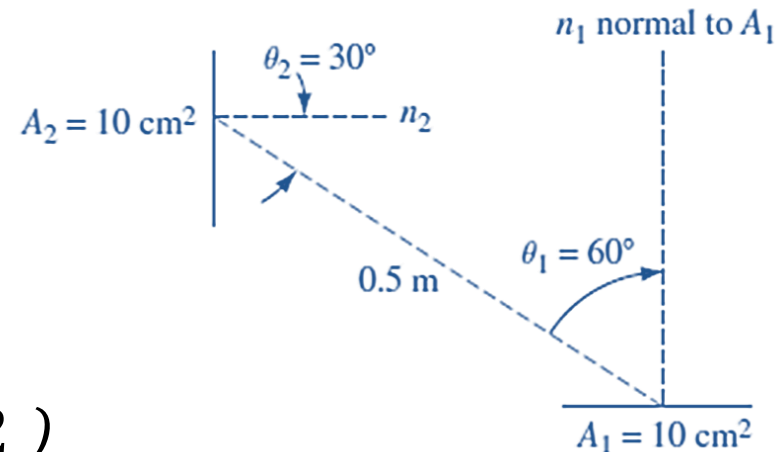
Dos placas de un área pequeña se Por definición:  $d\omega_{2-1}$   
 $= \frac{dA_1 \cos \theta_1}{r^2}$  donde  $dA_1 \cos \theta_1 = dA_2 \cos \theta_2$

Siendo  $\theta_2$  el ángulo entre la normal  $n_2$  y la línea que conecta  $dA_1$  y  $dA_2$

La cantidad de radiación recibida por la placa 2, proveniente de la placa 1 es el producto de:

a) la irradiación emitida por la superficie 1 en la dirección de la línea que conecta las superficies:  $\cos \theta_1$  multiplicada por:

b) el ángulo sólido subtendido por  $A_2$ :  $d\omega_{2-1} = \frac{dA_1 \cos \theta_1}{r^2}$



Con los datos del problema:  $I_1 = 1000 \text{ W/m}^2 \text{ sr}$ .  $A_1 = 10 \text{ cm}^2 = A_2$   $\theta_1 = 60^\circ$   $\theta_2 = 30^\circ$

$$q_{1-2} = (1000)(10^{-3})(0.866)(10^{-3})(.05)(4) = 0.00173 \text{ W}$$

SOLUCIÓN

## Comentarios

La irradiación recibida  $q_{1 \rightarrow 2} = (I_1 A_1 \cos \theta_1) (A_2 \cos \theta_2 / r^2)$  es la emitida por la placa 1 multiplicada por un factor de apantallamiento.

El factor de apantallamiento está formado por el producto del área que emite ( $A_1$ ) y del área que recibe ( $A_2$ ) multiplicado por los cosenos de los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$  que forman la línea que une las placas con respecto a cada una de las normales, dividido entre el cuadrado de la distancia que los separa.

Este factor de apantallamiento puede calcularse también cuando los objetos que se irradian no son placas sino que tienen una geometría arbitraria.

En ese caso puede hacerse una descomposición infinitesimal de las áreas radiantes en placas de área  $dA$ . El factor de apantallamiento, llamado también de forma o de visión, se escribe entonces:  $\cos \theta_1 \cos \theta_2 / r^2$   
 $dA_1 dA_2$





Cantidad de energía que saliendo del cuerpo 1, alcanza el cuerpo 2

Escribiendo la expresión:

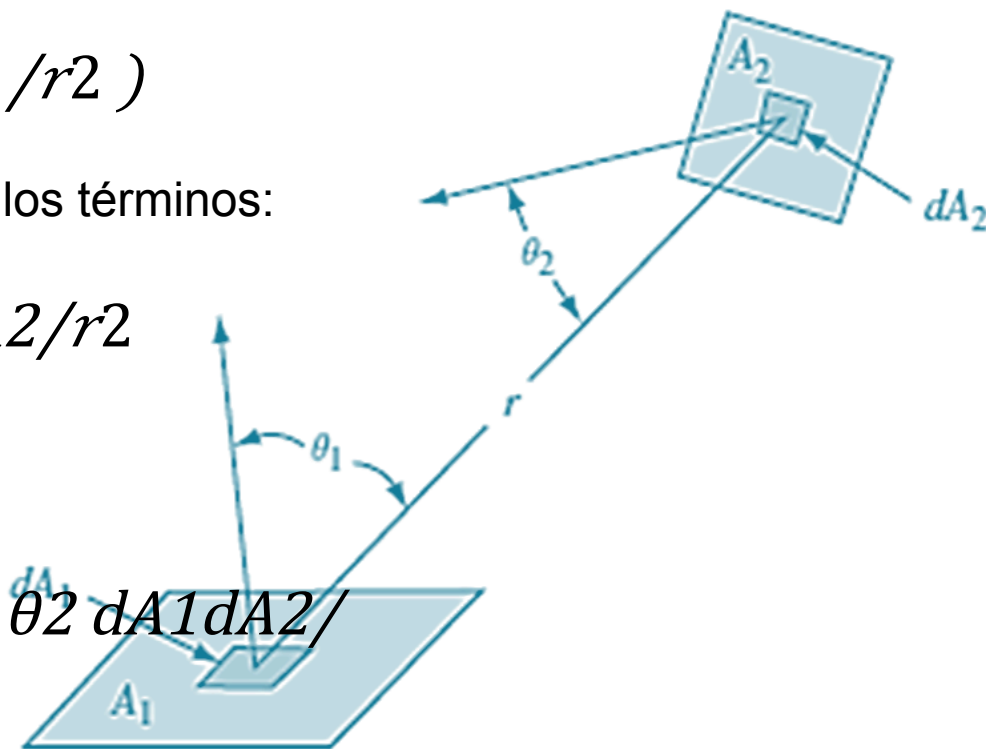
$$q_{1\_2} = (I_1 A_1 \cos \theta_1) (A_2 \cos \theta_2 / r^2)$$

En forma diferencial y reordenando los términos:

$$dq_{1\_2} = I_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 dA_1 dA_2 / r^2$$

Como  $I_1 = \sigma T_1^4 / \pi$

$$dq_{1\_2} = \sigma T_1^4 / \pi \cos \theta_1 \cos \theta_2 dA_1 dA_2 / r^2$$



## FLUJO ENTRE LOS DOS CUERPOS

Análogamente para la cantidad de energía que alcanza el cuerpo 1 saliendo del 2 podemos escribir:

$$dq_{2 \rightarrow 1} = \sigma T_2^4 / \pi \cos \theta_1 \cos \theta_2 dA_1 dA_2 / r^2$$

Y la cantidad neta de energía de radiación intercambiada entre ambos cuerpos es:

$$dq_{1 \rightarrow 2} - dq_{2 \rightarrow 1} = \sigma / \pi (T_1^4 - T_2^4) \cos \theta_1 \cos \theta_2 / r_{12}^2 dA_1 dA_2$$

Integrando sobre las parejas de Áreas  $A_1$  y  $A_2$  que se ven mutuamente:

$$q_{1 \rightarrow 2} = \sigma / \pi (T_1^4 - T_2^4) \int_{A_1} \int_{A_2} \cos \theta_1 \cos \theta_2 / r_{12}^2 dA_1 dA_2$$



El resultado puede expresarse en términos de las áreas de los cuerpos y de los factores de visión

$$F_{jk} \quad j, k = 1, 2$$

$$Q_{12} = A_1 F_{12} \sigma(T_1^4 - T_2^4) = A_2 F_{21} \sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

El factor de visión  $F_{12}$  representa la fracción de radiación que sale de  $A_1$  que es interceptada directamente por  $A_2$ .

Puede calcularse de la integral en algunos casos simple u obtenerse de gráficas.

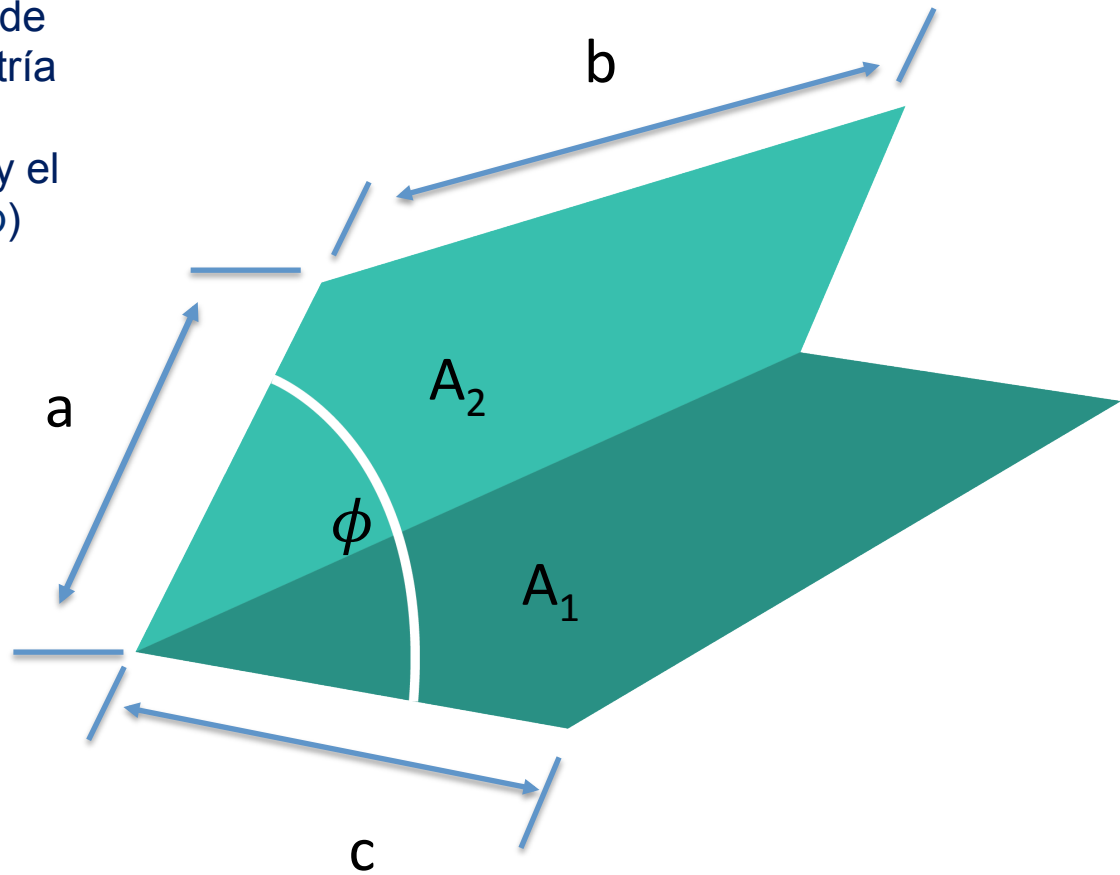
Más detalles: M. JAKOB, Heat Transfer, Wiley, Nueva York (1957). vol. II, capítulo 31.

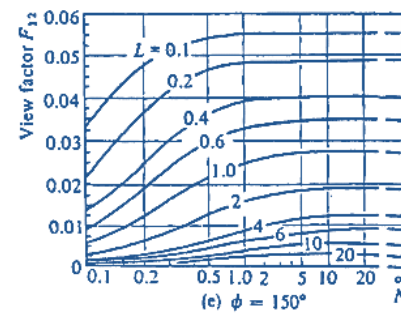
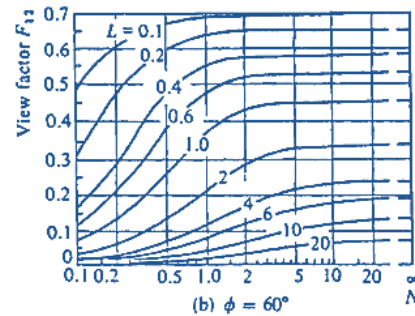
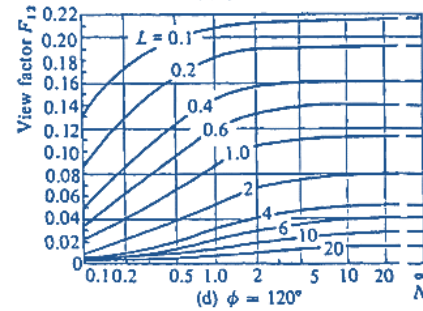
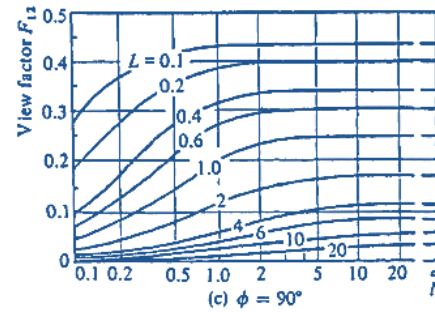
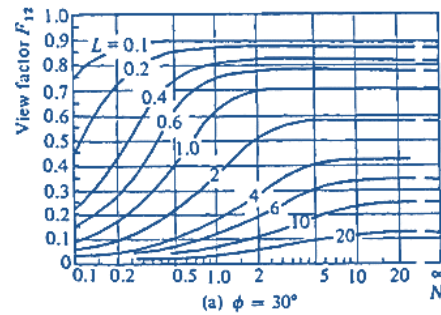
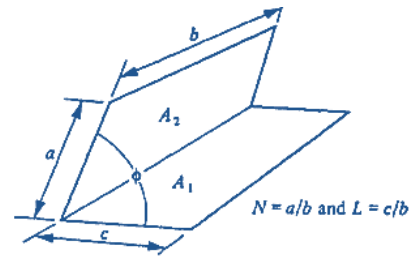
## FACTORES DE VISIÓN

# CÁLCULO DEL FACTOR DE VISIÓN

Para calcular el factor de visión influye la geometría de los cuerpos (sus dimensiones  $N$ ,  $L$  y el ángulo que forman  $\phi$ )

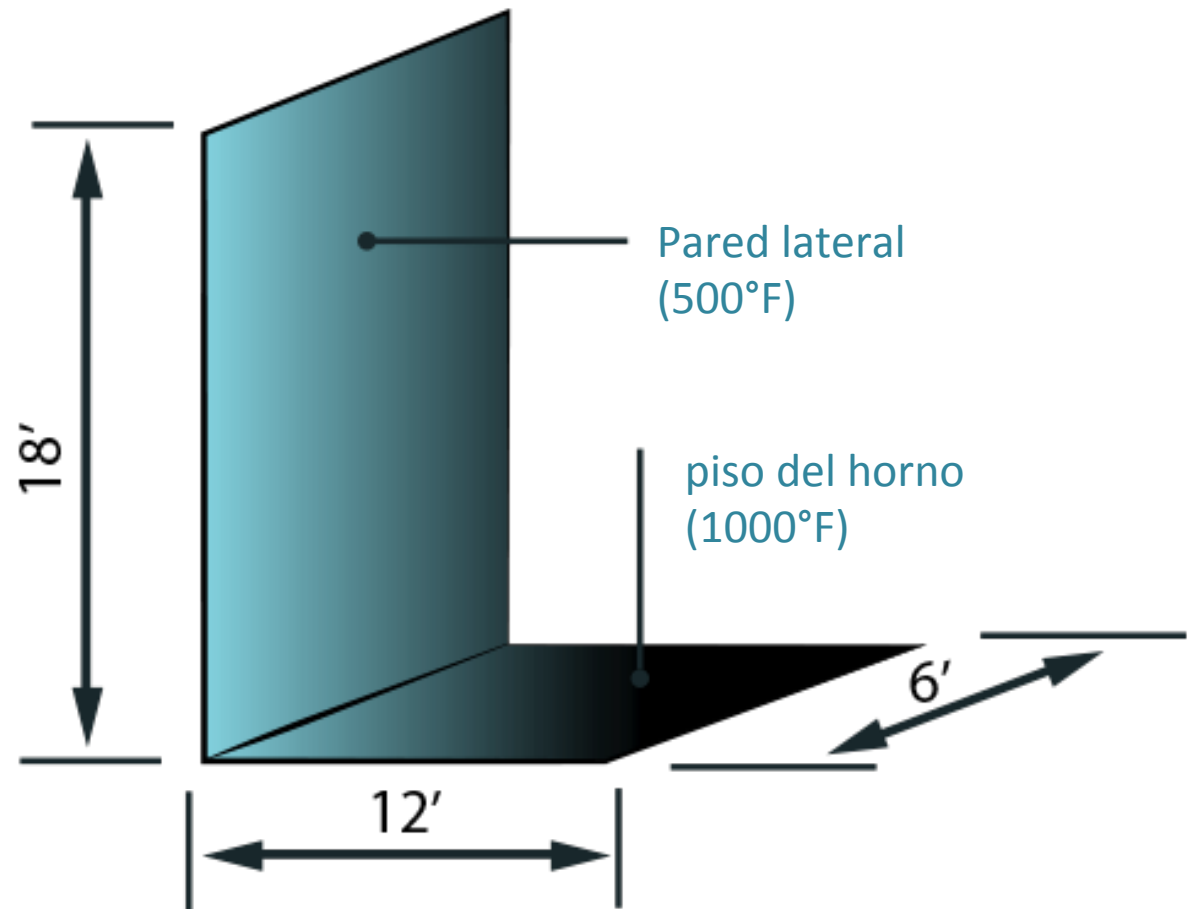
$$N = a/b \text{ y } L = c/b$$





Ejemplos de gráficas para diferentes valores de  $N$ ,  $L$  y  $\phi$

## PROBLEMA



Calcular el flujo neto de calor por radiación que proviene del piso de un horno a 1000 oF llega la pared que está 500 oF Las dimensiones y geometría del horno son las que se muestran en el dibujo adjunto.

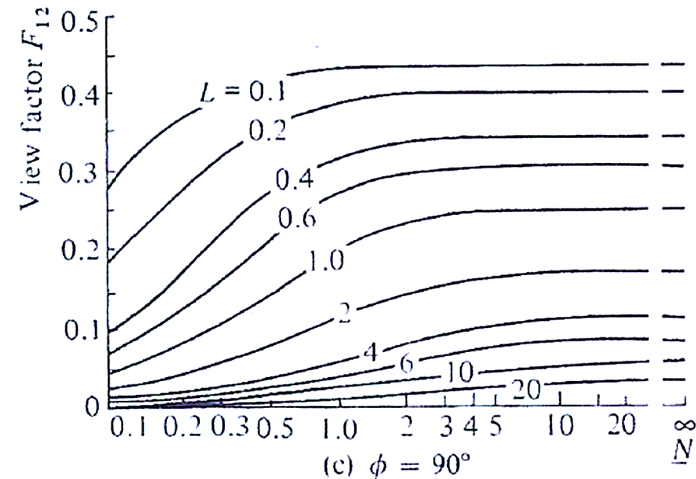
El problema se resuelve usando:

$$q_{12} = A_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4) = A_2 F_{21} \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

Pero necesitamos calcular  $F_{12}$

Para eso usamos la gráfica siguiente,  
con los parámetros:

$$N = 18/6 = 3; L = 12/6 = 2; \phi = 90^\circ$$

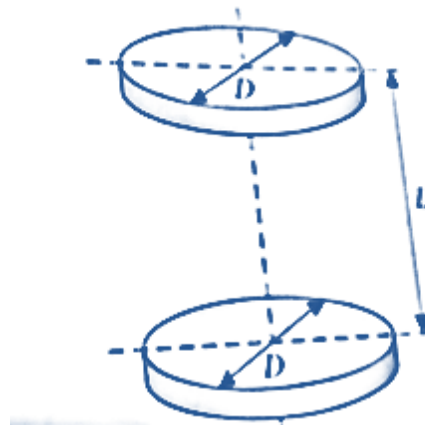


Sustituyendo los valores numéricos:

$$q_{1,net} = (72)(0.165)(0.171)[($$

**SOLUCIÓN**

Dos discos del mismo diámetro (1 m) como los que se muestran en la figura. Se encuentran separados una distancia de 1.5 metros. Si ambos discos se comportan como cuerpos negros, calcula cuál debe ser la nueva distancia entre los discos de manera que haya una reducción del 50 % en el calor transferido.



EJERCICIO



# SIMULADOR

$$\frac{1}{2a^2} [L^2 + a^2 + b^2 - \sqrt{(L^2 + a^2 + b^2)^2 - 4a^2 b^2}]$$

### Factor de visión

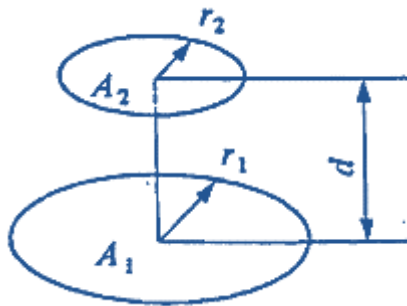
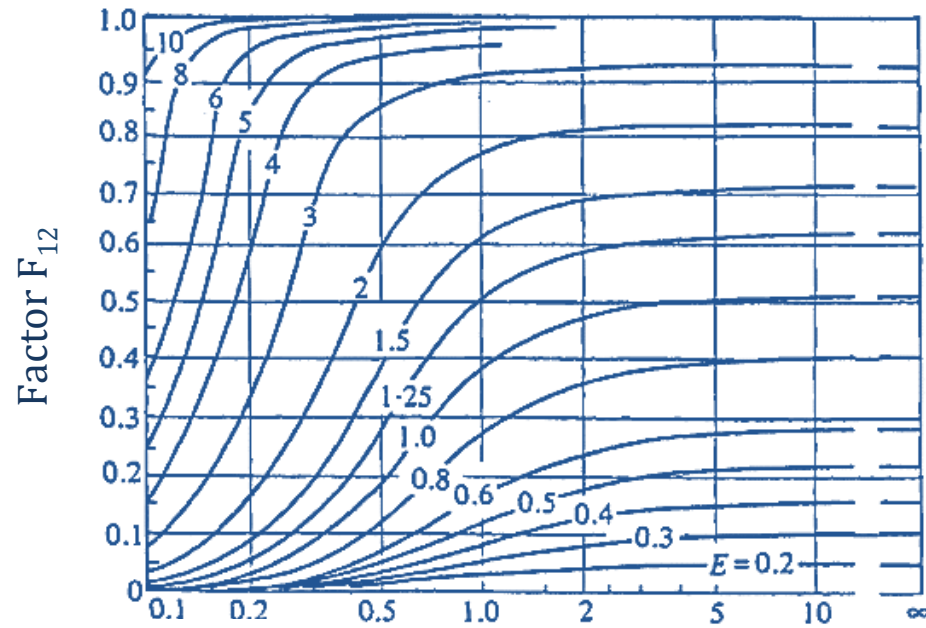
Calculo de factor de visión Grafica

Distancia L, m

Radio menor a, m

Radio mayor b, m

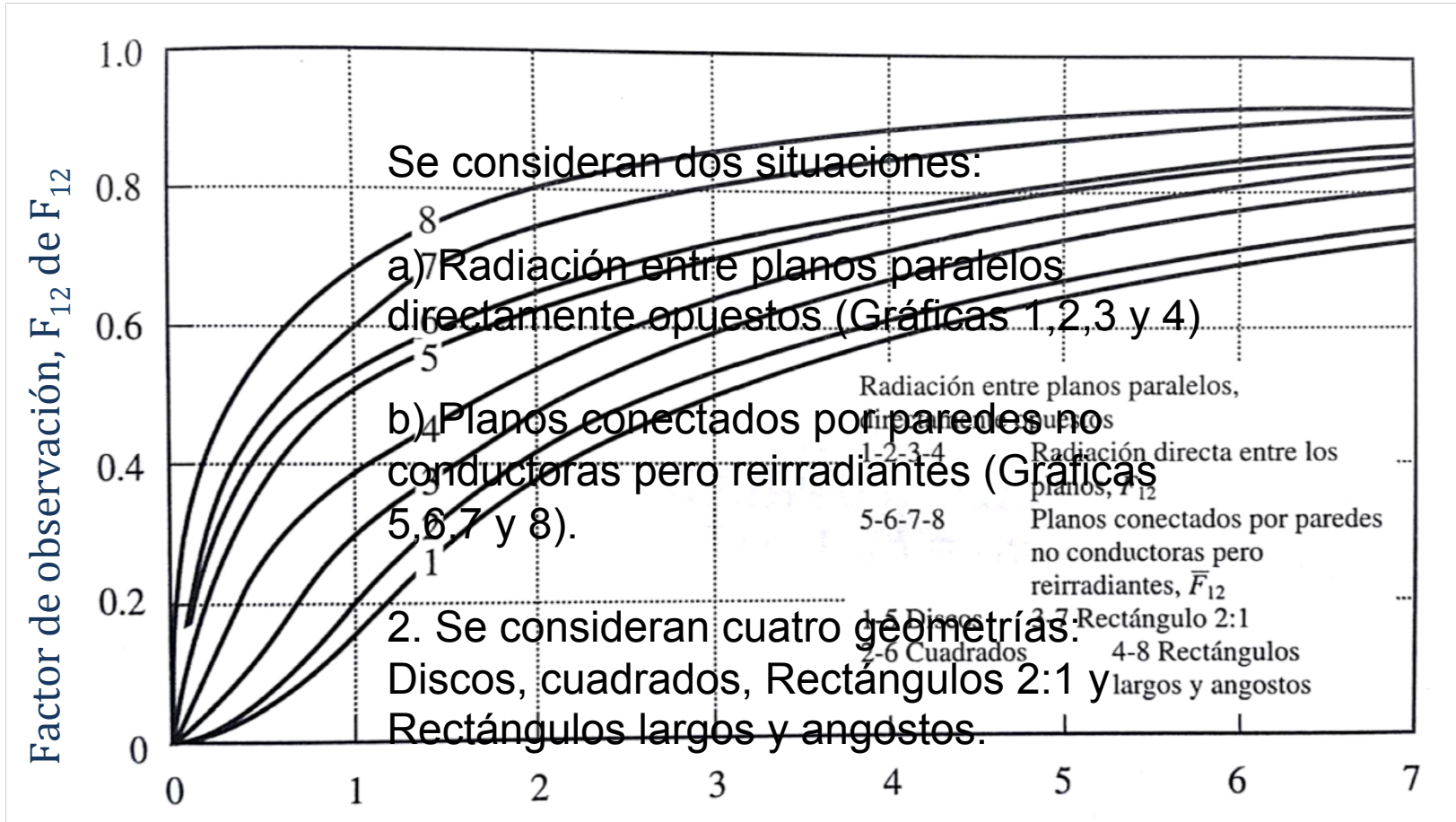
$$FV = \frac{1}{2a^2} [L^2 + a^2 + b^2 - \sqrt{(L^2 + a^2 + b^2)^2 - 4a^2 b^2}] = 0.381966$$



$$E = r_2/d \text{ y } D = d/r_1$$

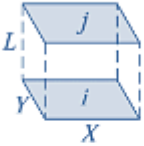
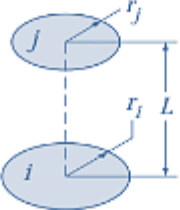
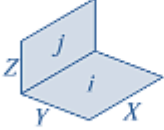
FACTORES DE VISTA PARA PLANOS/DISCOS PARALELOS

# CUERPOS PARALELOS

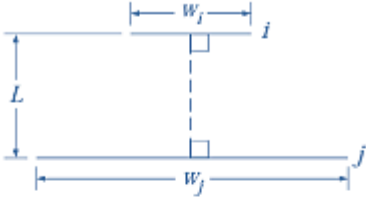
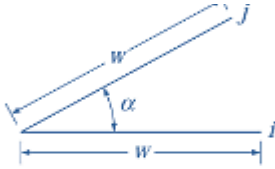
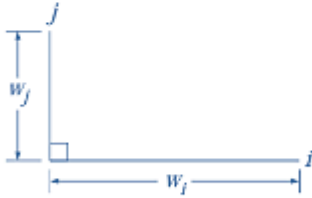
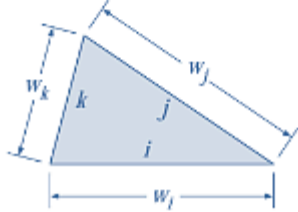


Relación de *lado o diametro mas pequeño/distancia entre los planos*

# FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO DE LOS FACTORES DE VISIÓN.

Geometría	Relación
<p data-bbox="508 311 842 332">Rectángulos paralelos alineados</p> 	<p data-bbox="962 301 1155 322"><math>\bar{X} = X/L</math> and <math>\bar{Y} = Y/L</math></p> $F_{i \rightarrow j} = \frac{2}{\pi \bar{X} \bar{Y}} \left\{ \ln \left[ \frac{(1 + \bar{X}^2)(1 + \bar{Y}^2)}{1 + \bar{X}^2 + \bar{Y}^2} \right]^{1/2} + \bar{X}(1 + \bar{Y}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{X}}{(1 + \bar{Y}^2)^{1/2}} + \bar{Y}(1 + \bar{X}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{Y}}{(1 + \bar{X}^2)^{1/2}} - \bar{X} \tan^{-1} \bar{X} - \bar{Y} \tan^{-1} \bar{Y} \right\}$
<p data-bbox="508 675 778 696">Discos coaxiales paralelos</p> 	<p data-bbox="962 701 1170 722"><math>R_i = r_i/L</math> and <math>R_j = r_j/L</math></p> $S = 1 + \frac{1 + R_i^2}{R_j^2}$ $F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{2} \left\{ S - \left[ S^2 - 4 \left( \frac{r_j}{r_i} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}$
<p data-bbox="508 953 813 1003">Rectángulos perpendiculares Con un lado en común</p> 	<p data-bbox="962 951 1170 972"><math>H = Z/X</math> and <math>W = Y/X</math></p> $F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{\pi W} \left\{ W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \tan^{-1} \frac{1}{H} - (H^2 + W^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{1}{(H^2 + W^2)^{1/2}} + \frac{1}{4} \ln \left[ \frac{(1 + W^2)(1 + H^2)}{1 + W^2 + H^2} \right] \times \left[ \frac{W^2(1 + W^2 + H^2)}{(1 + W^2)(W^2 + H^2)} \right]^{W^2} \times \left[ \frac{H^2(1 + H^2 + W^2)}{(1 + H^2)(H^2 + W^2)} \right]^{H^2} \right\}$

# FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO DE LOS FACTORES DE VISIÓN.

Geometría	Relación
<p>Platos paralelos con líneas medias conectadas por una línea perpendicular</p> 	$W_i = w_i/L \text{ and } W_j = w_j/L$ $F_{i \rightarrow j} = \frac{[(W_i + W_j)^2 + 4]^{1/2} - (W_j - W_i)^2 + 4]^{1/2}}{2W_i}$
<p>Platos inclinados de igual grosor con un lado en común</p> 	$F_{i \rightarrow j} = 1 - \sin \frac{1}{2} \alpha$
<p>Platos perpendiculares con un lado en común</p> 	$F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{w_j}{w_i} - \left[ 1 + \left( \frac{w_j}{w_i} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}$
<p>espacio de tres lados</p> 	$F_{i \rightarrow j} = \frac{w_i + w_j - w_k}{2w_i}$

Un recinto formado por N superficies, requiere el cálculo de  $N^2$  factores de fricción.

Varias relaciones entre los factores de visión pueden utilizarse para simplificar la tarea:

1. Relación de Reciprocidad :  $A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$
2. Relación de suma:  $\sum F_{ij} = 1$

**Nota:**

Se supone el recinto cerrado por superficies imaginarias con las características de las aberturas.

Una esfera de 6 In de diámetro a 80 F se coloca en un horno cúbico de 5 Ft de lado, a una temperatura de 560 F. Suponiéndolos a ambos como cuerpos negros, calcular el flujo neto de calor transferido del horno a la esfera.

**Solución:**

El flujo neto de calor del horno a la esfera vendrá dado por:

$$Q_{12} = A_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

Como es complicado calcular  $F_{12}$  (el factor de visión del horno a la esfera) podemos aprovechar que sabemos que  $F_{21} = 1$ , pues toda la energía radiada por la esfera es recibida por el horno y usar la relación de reciprocidad para calcularlo:  $A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$

Despejando y sustituyendo:

$$F_{12} = \frac{A_2}{A_1} F_{21}$$

$$= 4\pi(3/12)^2 / 6 [5 \times 5]$$

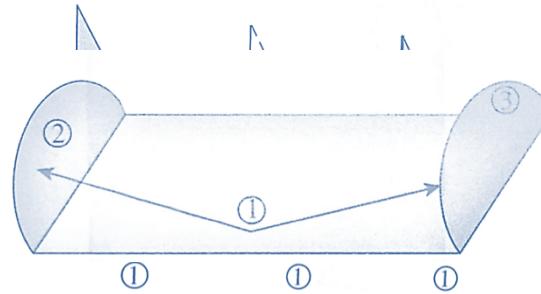
$$\begin{aligned} (1) &= 5.24 \times 10^{-3} \\ q_{12} &= A_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4) \end{aligned}$$

$$= 6 [5 \times 5] \times 5.24 \times 10^{-3} \times 0.1714 \times 10^{-8} ((1020)^4 - 80^4)$$

**EJEMPLO**



3. Simetría: Si una superficie posee la simetría con respecto a una superficie, la suma de los factores de visión desde la superficie i sobre las superficies de la superficie j



$$F_{1 \rightarrow (2,3)} = F_{1 \rightarrow 2} + F_{1 \rightarrow 3}$$

(Así que,  $F_{2 \rightarrow 1} = F_{3 \rightarrow 1}$ )

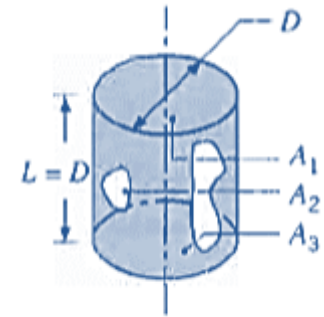




(1)



(2)



(3)

## EJEMPLO

1. El diámetro de una esfera  $D$  dentro de la longitud de una caja  $L=D$
2. Un lado de la partición diagonal en un lado conducto del cuadrado largo
3. Lado de un tubo circular de misma longitud y diámetro

## SOLUCIÓN

**Análisis:** El factor de vistas desasado puede obtenerse con inspección, la regla de la reciprocidad, la regla de la suma y /o el uso de cuadros

### 1. Esfera en un cubo:

Inspección  $F_{12}=1$

$$\text{Por reciprocidad } F_{12} = A1/A2 \quad F_{12} = \pi D^2 / 6 L^2 \\ \times 1 = \pi / 6$$

### 2. Particion de un ducto cuadrado

Por regla de adición,  $F_{11}+F_{12}+F_{13}=1$

Donde  $F_{11}=0$   
por simetría  $F_{12}=F_{13}$

$$\text{Por lo tanto } F_{21} = A1/A2 \quad F_{12} = \sqrt{2} L / L \times 0.5 \\ = 0.71$$

### 3. Tubo circular:

Por regla de adición  $F_{11}+F_{12}+F_{13}=1$

O, con  $F_{11}=0, F_{12}=1-F_{13}=0.828$

$$\text{Por reciprocidad } F_{12} = A1/A2 \quad F_{12} = \pi D^2 / 6 L^2 \\ \times 0.828 = 0.207$$

# REFERENCIAS

Además del Bird, Incropera y Kreith:

M. JAKOB, Heat Transfer, Wiley, Nueva York (1957). vol. II, capítulo 31.

Geiger-Poirier, Transport Phenomena in Metallurgy.

Çengel Y, Cimbala J & Turner R. «thermal fluid sciences» capítulo 21.

<http://web.mit.edu/16.unified/www/FALL/thermodynamics/notes/node136.html>

