DGTIC

Facultad de Química

Dirección General de Cómputo y de Tecnologías de Información y Comunicación

CURSO:
TRANSFERENCIA DE ENERGÍA

Doctor Rafael Fernández Flores

Trabajo realizado con el apoyo del
Programa UNAM-DGAPA-PAPIME
PE110517

TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN NATURAL

PROBLEMA

¿Cómo se conoce la tasa de transferencia de calor de flujo de fluidos cuando esta ocurre por convección natural.

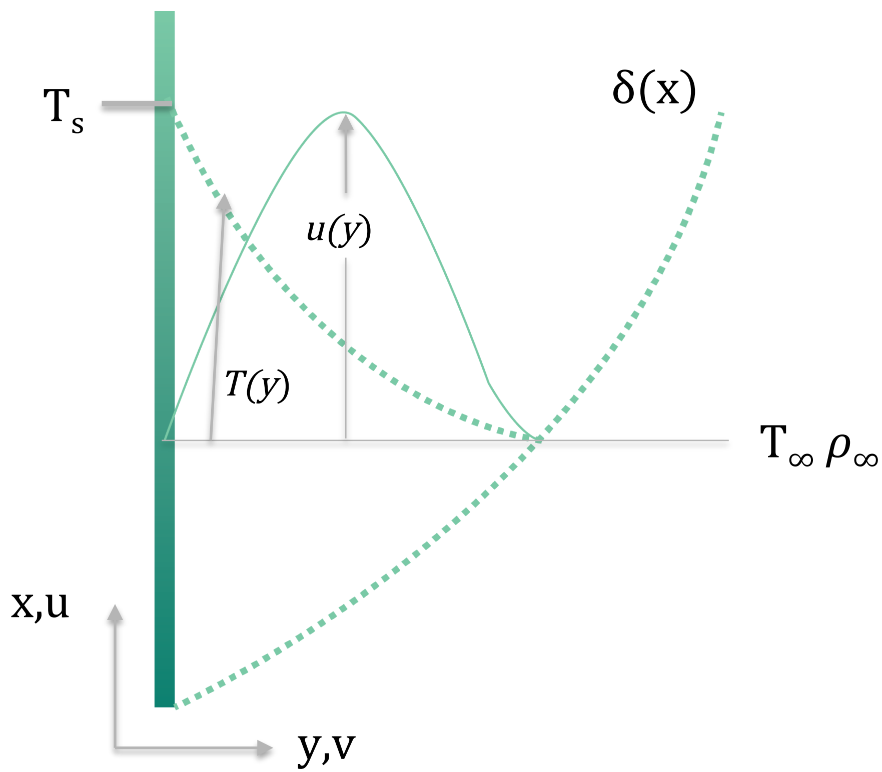
OBJETIVOS

1. Conocer los grupos de números adimensionales para calcular la transferencia de energía por convección natural.
2. Conocer los criterios para determinar la correlación que debe utilizarse
3. Usar hojas de Excel para realizar cálculos de transferencia de calor por convección forzada en tuberías y alrededor de objetos sumergidos.
4. Usar simuladores de Matemática para realizar cálculos de transferencia de calor por convección forzada en tuberías y alrededor de objetos sumergidos.

- Números adimensionales para la transferencia de energía por convección natural
- Cilindro horizontal
- Placas y cilindros verticales
- Esferas
- Correlaciones para otras geometrías
- Una nota de advertencia
- Cuestionario

MENÚ

PERFILES DE VELOCIDAD Y TEMPERATURA EN UNA PLACA VERTICAL



La ecuación de cantidad de movimiento

$$\rho\left(u \partial u/\partial x + v \partial u/\partial y\right) = (\rho_\ell - \rho)g + \mu \partial 2u/\partial y2$$

$$g(\rho_\ell - \rho) = g\,(\rho_\infty - \rho) = -\,g\,\rho\beta\,(T_\infty - T)$$

Donde β es el coeficiente de dilatación térmica, definido como:

$$\beta = -\,1/\rho \quad \partial\rho/\partial T \;\cong \rho\infty/\rho(T - T\infty)$$

Para un gas ideal (es decir, $\rho = P/RT$), β es:

$$\beta = -\,1/T\infty$$

CONVECCIÓN LIBRE

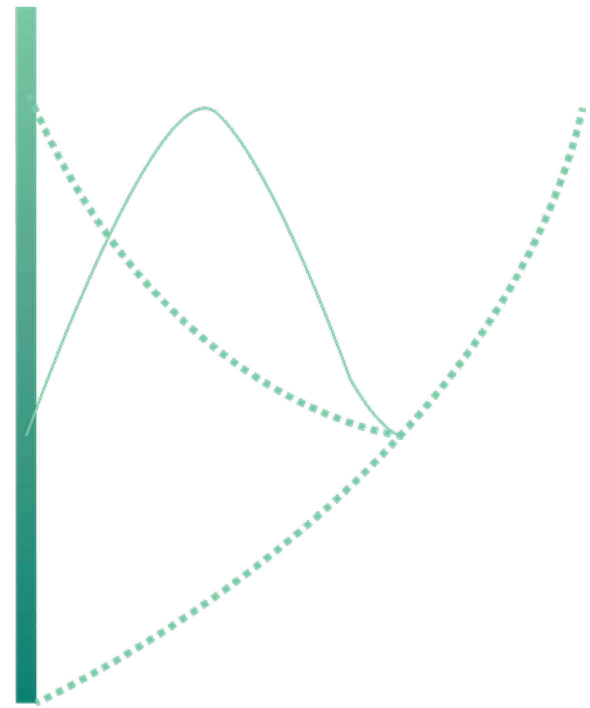
ECUACIONES PARA LOS PERFILES DE VELOCIDAD Y DE TEMPERATURA

Perfil de velocidad

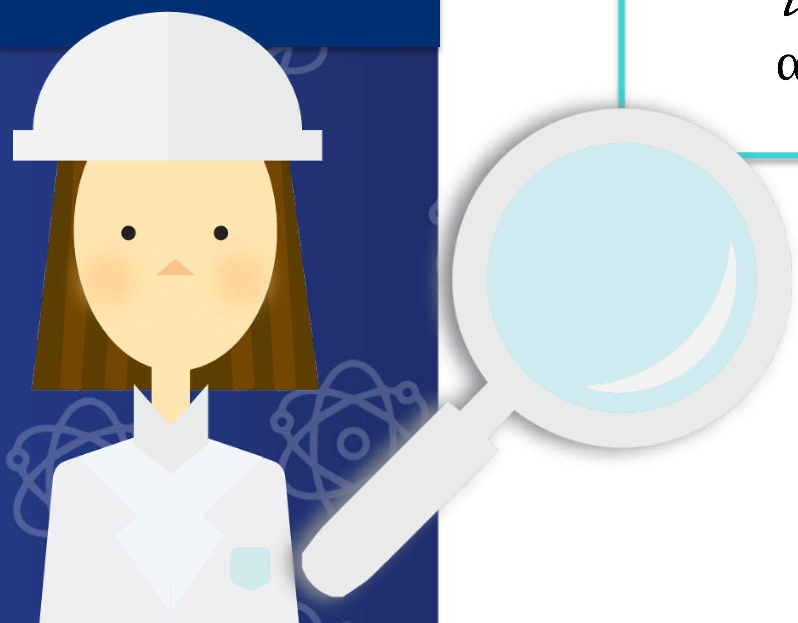
$$\mathrm{u}\,\partial u/\partial x + \mathrm{v}\,\partial u/\partial y = \mathrm{g}\beta(\mathrm{T}\text{-}\mathrm{T}_{\infty}) + \mathrm{v}\ \partial 2u/\partial y2$$

Perfil de temperatura

$$\mathrm{u}\,\partial T/\partial x + \mathrm{v}\,\partial T/\partial y = \alpha\,\partial 2u/\partial y2$$



BÚSQUEDA DE LOS PARÁMETROS ADIMENSIONALES



Las magnitudes físicas de interés son:

U_∞ = velocidad característica
L = longitud
g = aceleración de gravedad
β = coeficiente de dilatación
$(T-T_\infty)$ = diferencia de temperatura
ν = viscosidad cinemática
α = difusividad térmica

Utilizando el Teorema π:

$$Nu = Nu\,(\pi_1, \pi_2, \pi_3)$$

Reynolds $\pi_1 = U\infty L/v$

Prandtl $\pi_2 = v/\alpha$

Grashof $\pi_3 = g\beta(T - T\infty)l3/v2$

DEPENDENCIA DEL NUSSELT

DEPENDENCIA DE NU DE LOS NÚMEROS ADIMENSIONALES[1]

$Gr_L << Re_L^2$	Convección forzada	$Nu_L = f(Re_L, Pr)$
$Gr_L >> Re_L^2$	Convección libre	$Nu_L = f(Gr_L, Pr)$
$Gr_L \approx Re_L^2$	Convección combinada	$Nu_L = f(Re_L, Gr_L, Pr)$

En la transferencia de calor por convección, la viscosidad casi no interviene, por lo que el número de Brinkman no tendrá mucha relevancia.

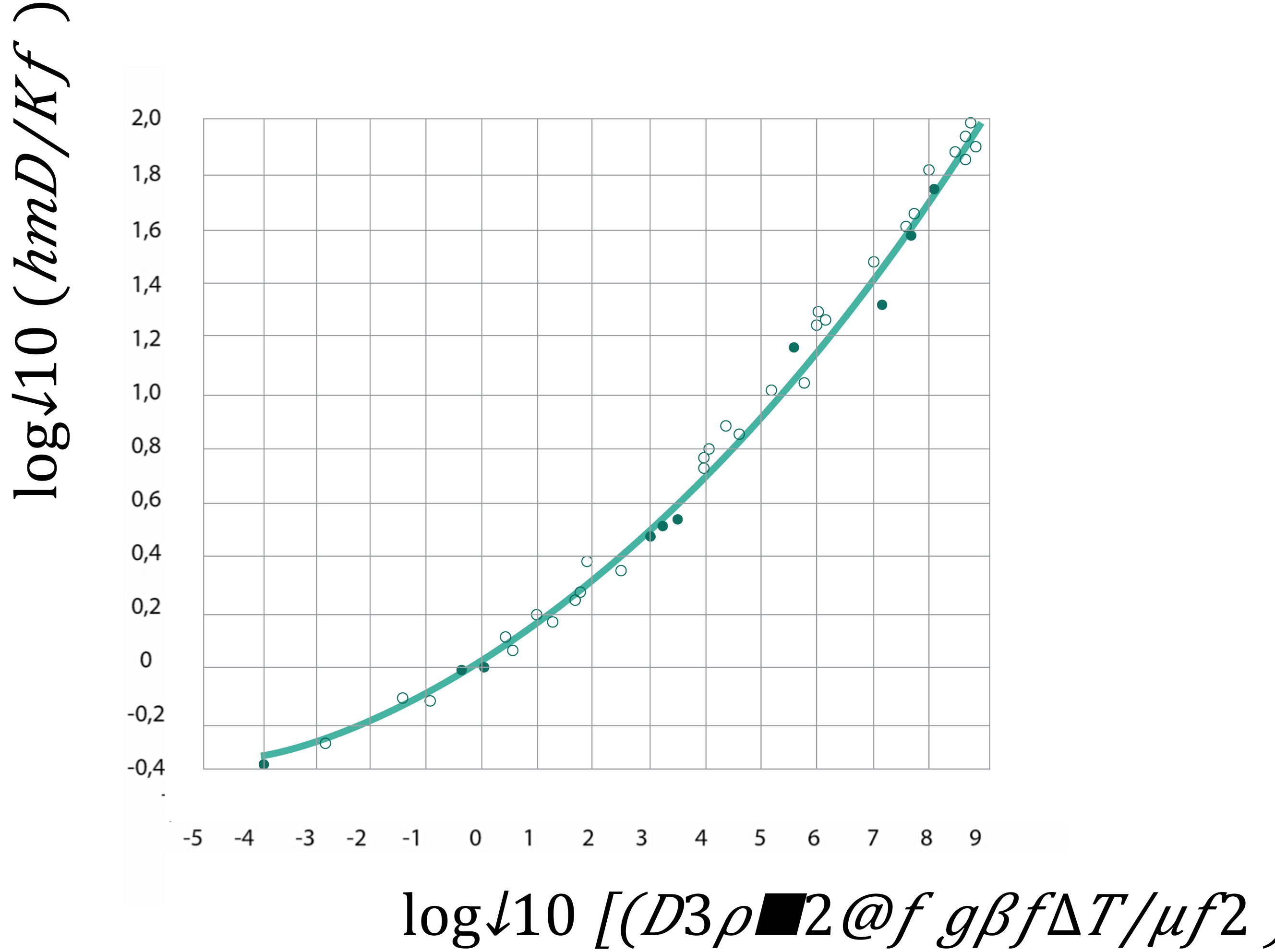
NÚMERO DE RAYLEIGH

$$Nu = \Phi\,(Gr)\psi(Pr)$$

El número de Grashof y el número de Prandtl con frecuencia se agrupan como un producto GrPr, que se denomina *número de Rayleigh*, Ra. Después la relación del número de Nusselt se convierte en:

$$Nu = \Phi(Ra)$$

CONVECCIÓN LIBRE ALREDEDOR DE UN CILINDRO HORIZONTAL



En este caso $\mathrm{Nu} = \mathrm{Nu}(\mathrm{Gr}, \mathrm{Pr})$

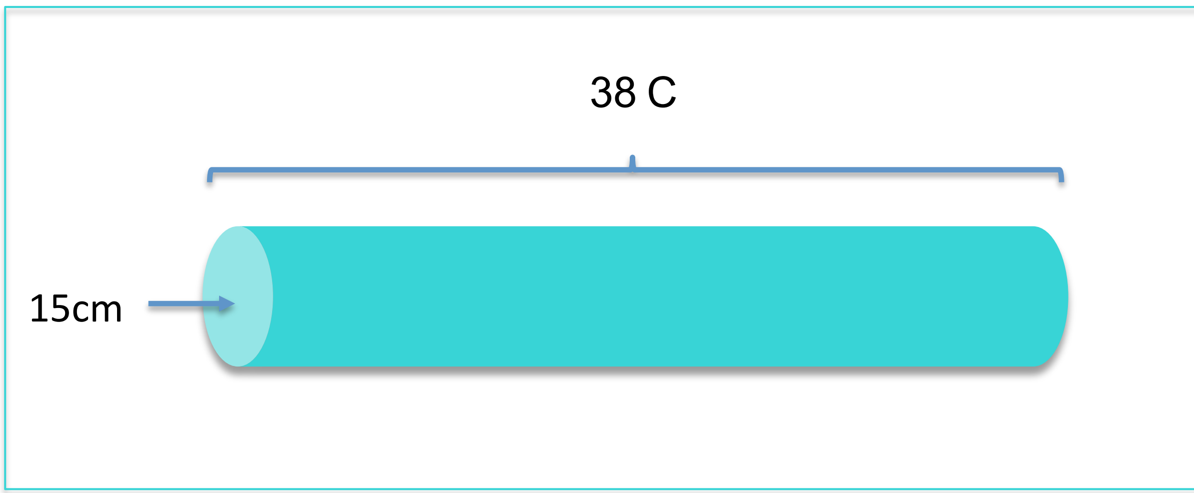
Para $\mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr} > 10^4$, esta gráfica está representada por la ecuación

$$\mathbf{Nu} = \mathbf{0.525}\ (\mathbf{GrPr})^{1/4}$$

EJEMPLO 1

Pérdida de calor por convección libre desde una tubería horizontal

Estimar la velocidad de pérdida de calor por convección libre por unidad de longitud de una tubería horizontal de 15 cm de diámetro externo, si la temperatura de la superficie es de 38 C y el aire que la rodea está a 1atm y 27 C.



1atm y 27 C

SOLUCIÓN

Primero calculamos la temperatura de película

$T_f = (T_0 + T_\infty)/2 = 32.5 = 305.6\ K$

A una presión de 1 atm y esa temperatura, las propiedades del aire son:

μ	$0.0684\ kg\ m^{-1}\ hr^{-1}$
C_p	0.241 [illegible]
k	$0.0226\ Kcal\ hr^{-1}\ m^{-1}\ K^{-1}$
β	$= 1/T_f = 1/305.6\ K^{-1}$

Los demás valores que se necesitan son:

$T_0 - T_\infty$	11 K
g	$1.27 \times 10^8\ m/hr^2$

Con estos valores calculamos el producto

$GrPr = D^3 \rho^2 g \beta (T_0 - T_\infty)/\mu^2)(C_p \mu/k)$

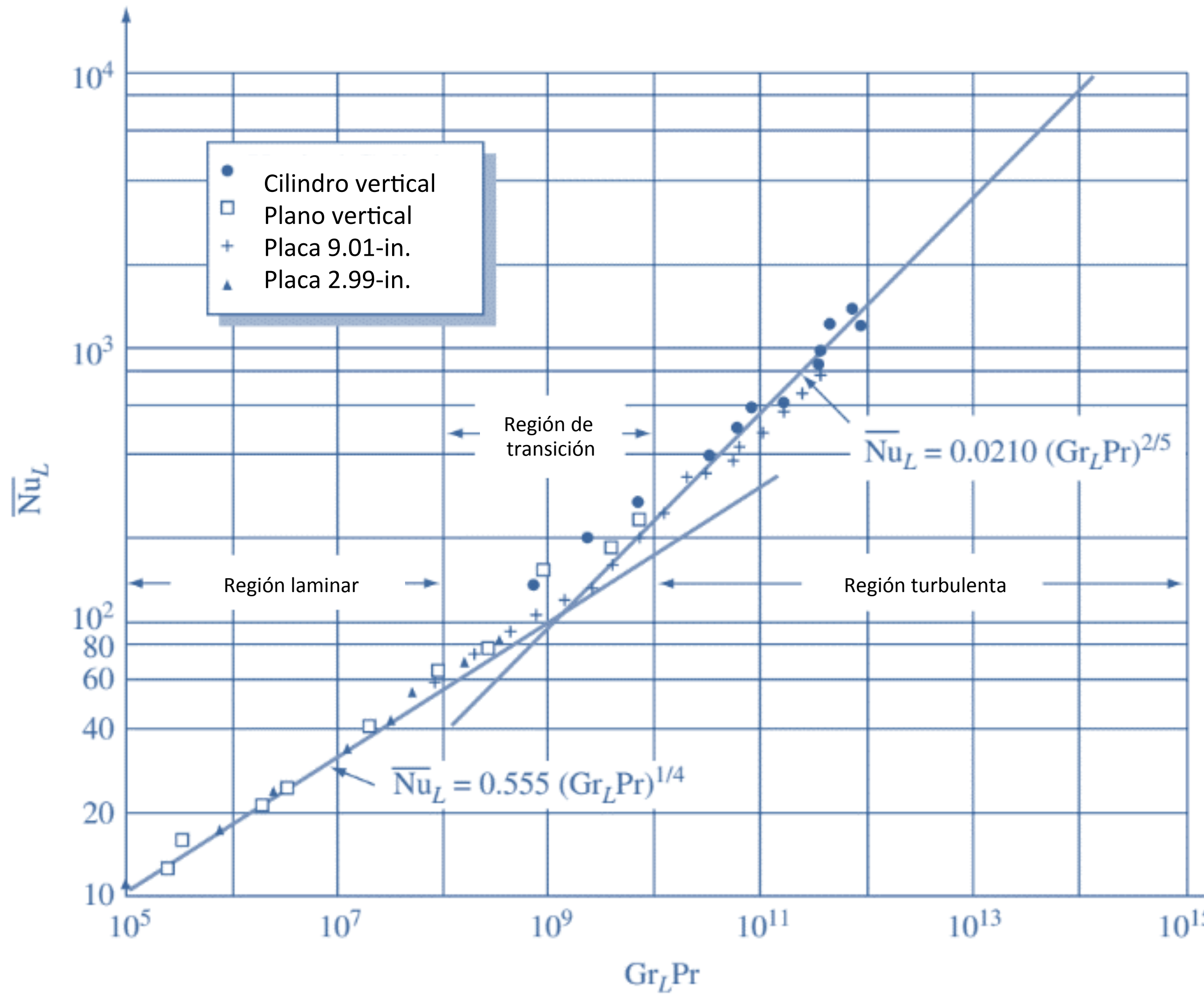
$$GrPr = \left(\frac{(0{,}15)^3(1{,}158)^2(1{,}27 \times 10^8)(11/305{,}6)}{0{,}0684}\right)\left(\frac{0{,}241}{0{,}0226}\right) \ldots 2 \times 10^6$$

Usando la gráfica o la ecuación $Nu = 0.525\,(GrPr)^{1/4}$ se obtiene:

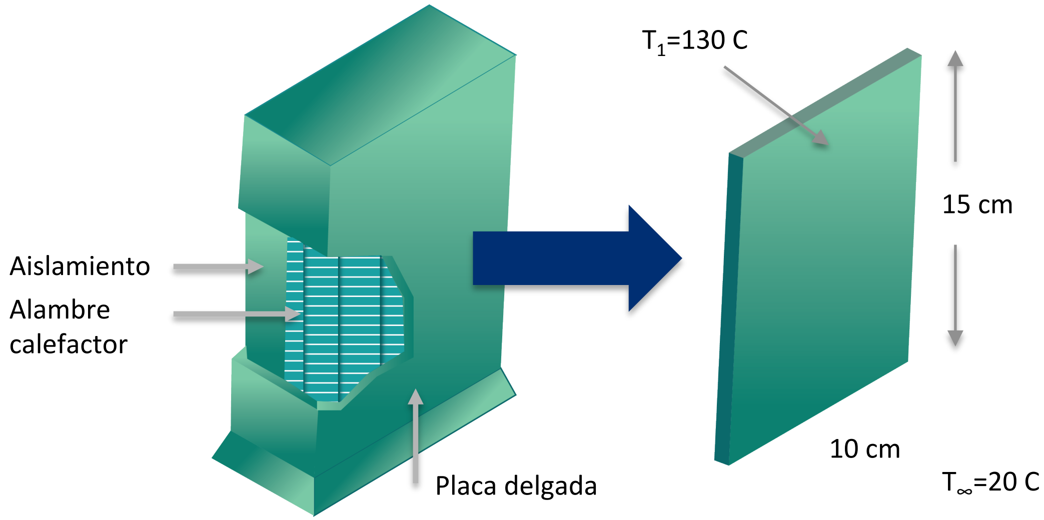
Nu= 22.2 con lo cual

$$h = \frac{Nu\ k}{D} = \frac{(22{,}2)(0{,}0226)}{0{,}15} = 3{,}3\ kcal\ \ hr^{-1}\ m^{-2\,o}C^{-1}$$

CORRELACIÓN PARA CONVECCIÓN NATURAL EN PLACAS Y CILINDROS VERTICALES



Un calentador que transfiere calor a una placa vertical de 15 centímetros de altura y 10 de ancho, trabaja rodeada de aire a 20 C. ¿Qué cantidad de energía eléctrica debe suministrarse al calefactor para compensar las pérdidas por convección, si se quiere mantenerlo a 130 C?.



(Nota: el análisis del problema completo requiere hacer el análisis también de la energía transmitida por radiación.)

Ejemplo 2. Pérdida de calor por convección libre desde una Placa vertical

SOLUCIÓN. PROPIEDADES FÍSICAS

En una tabla de propiedades del aire se obtienen los valores de μ, ρ, C_p, k y el Pr a la temperatura de película. $T_f = (130 + 20) / 2 = 75$

Var.	Valor a T_f
T_s	130 C
T_∞	20 C
ρ	1.037 kg /m^3
μ	2.074×10^{-5} kg/m s
C_p	1007.5 J/Kg K
k	=0.2917 W/ m K

Solución.
Cálculo de Nu

Con esos valores se calcula el número de Gr

$$Gr_L = 65\, L^3 (Ts - T_\infty) = 65 \text{ X } (15 \text{ Cm})^3 \text{ X } 110K = 2.41 \text{ X} 10^7$$

Para el aire a 75 C el Pr = 0.71 con lo que

$$GrPr = 1.17 \text{ X } 10^{7}$$

En ese caso podemos utilizar la relación:

$$Nu_L = 0.555\, (Gr_L\, Pr)^{1/4}$$

Solución.
Cálculo de q

Que sustituyendo los valores numéricos da:

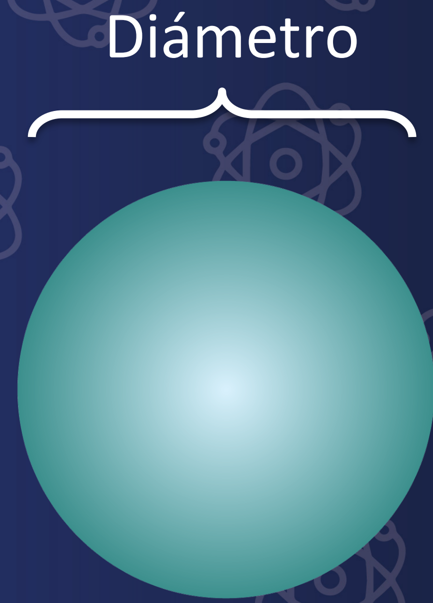
$$Nu_L = 35.7$$

Despejando

$$h = 35.7\, k/L = 2.9 \text{ X } 10{-}2/0.15 = 6.9 \text{ W}/\text{m}^2 \text{ K}$$

Con lo que:

$$q = A\,(T_s - T_\infty) = (2 \text{ X} 0.15 \text{ X} 0.10) \text{ X } 6.9 \text{ X } 110 = 22.77 \text{ W}$$



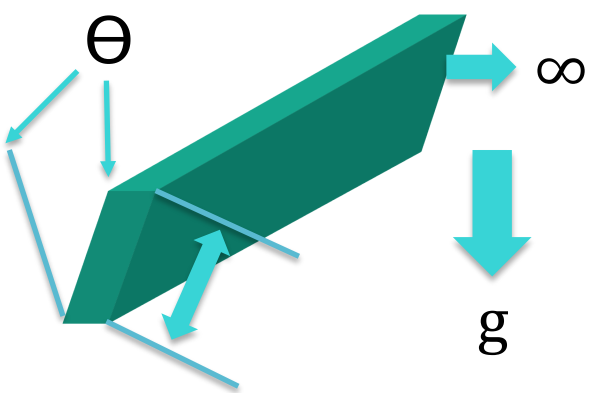
$$Nu_D = 2 + 0.392(Gr_D) \quad 1 < Gr_D < 105$$

ESFERA SUMERGIDA. CONVECCIÓN LIBRE

CORRELACIONES PARA OTRAS SITUACIONES

- Placas Inclinadas.
- Superficies calientes asimétricas.
- Conos
- Canales. Rectángulares, cilíndricos.
- Objetos rotatorios.

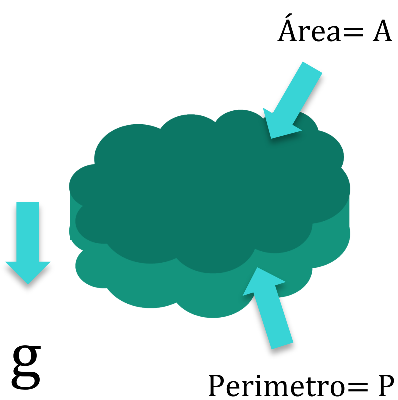
FLUJO SOBRE PLACAS INCLINADAS

Geometría	Ecuación de Correlación	Restricciones
Placa larga vertical o inclinada con la superficie caliente hacia abajo.  	$Nu_L = 0.56(Gr_L\ Pr\cos\Theta)^{1/4}$	$10^5 < GrL\ Pr\cos\Theta < 10^{11}$ $0 \leq \Theta \leq 89°$

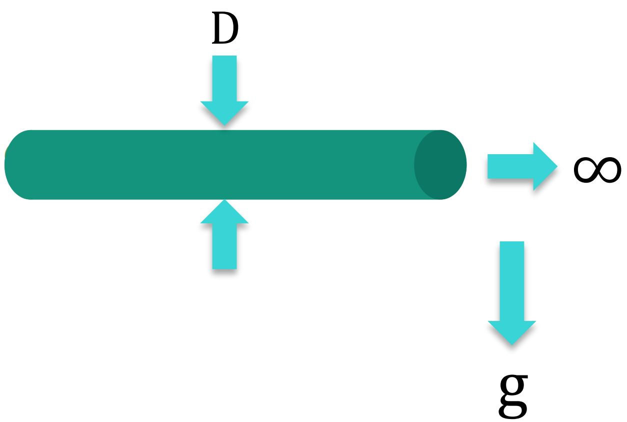
FLUJO SOBRE PLACAS

Geometría	Ecuación de Correlación	Restricciones
Placa larga horizontal con la superficie caliente hacia arriba o la superficie fría hacia abajo 	$Nu_L = 0.54\ Ra_L^{1/4}$ $Nu_L = 0.15\ Ra_L^{1/3}$ $L = A/P$	$10^5 \lesssim Ra_L \lesssim 10^7$ $10^7 \lesssim Ra_L \lesssim 10^{10}$

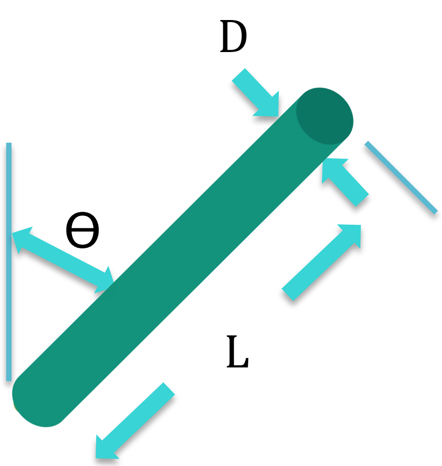
FLUJO SOBRE PLACAS

Geometría	Ecuación de Correlación	Restricciones
Placa horizontal con la superficie caliente hacia abajo o la superficie fría hacia arriba 	$Nu_L = 0.27 Ra_L^{1/4}$ $L = A/P$	$10^5 \lesssim Ra_L \lesssim 10^{10}$

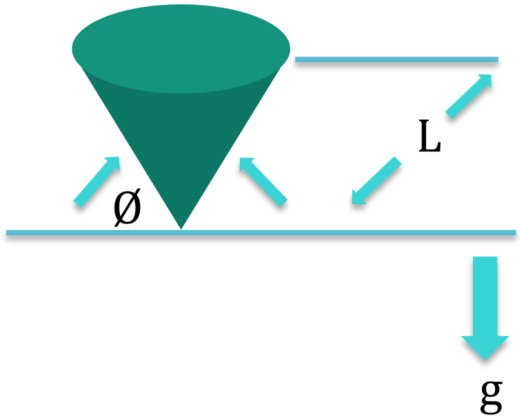
OTRAS CORRELACIONES PARA CONVECCIÓN NATURAL

Geometría	Ecuación de Correlación	Restricciones
Un cilindro horizontal largo 	$Nu_D = 0.53(Gr_D\ Pr)^{1/4}$ $Nu_D = 0.53(Gr_D\ Pr^2)^{1/4}$	$Pr > 0.5\ X10^3 \quad Gr_D < 10^9$ Metales líquidos, flujo laminar

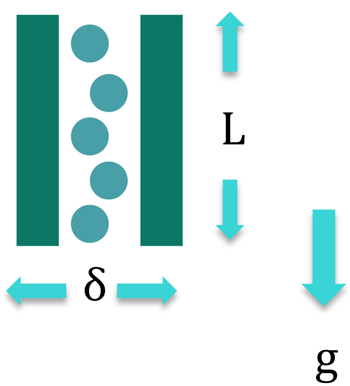
OTRAS CORRELACIONES PARA CONVECCIÓN NATURAL

Geometría	Ecuación de Correlación	Restricciones
Cilindro inclinado, longitud L 	$Nu_L=[2.9-2.32(sen\Theta)^{0.8}]\times(Gr_D)^{-1/12}[Gr_L Pr]^{(1/4+1/12(sen\Theta)^{1.2})}$ $Nu_L=[0.47+0.11(sen\Theta)^{0.8}](Gr_D)^{-1/12}(Gr_L Pr)^{1/3}$	Laminar: $9.88\times10^{7}\leq Gr_L Pr\leq(Gr_L Pr)_{cr}$ $1.08\times10^{4}\leq Gr_D\leq 6.9\times10^{5}$ Turbulento: $(Gr_L Pr)_{cr}\leq Gr_L Pr\leq 2.95\times10^{10}$ $1.08\times10^{4}\leq Gr_D\leq 6.9\times10^{5}$ Donde $(Gr_L Pr)_{cr}=2.6\times10^{9}+1.\times10^{9}\tan\Theta$

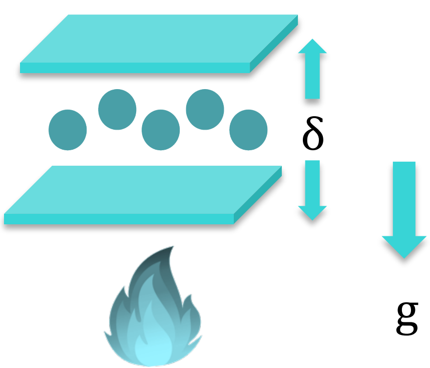
OTRAS CORRELACIONES PARA CONVECCIÓN NATURAL

Geometría	Ecuación de Correlación	Restricciones
Cono vertical 	$Nu=0.63(1+0.72_E)Gr_L{}^{1/4}$	$3^\circ<Ø<12^\circ$ $7.5<\log Gr_L<8.7$ $0.2\leq\varepsilon<0.8$ Donde $\varepsilon= 2/[GrL1/4\tan(Ø/z)]$

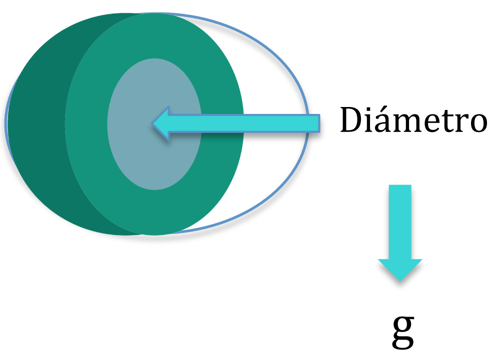
OTRAS CORRELACIONES PARA CONVECCIÓN NATURAL

Geometría	Ecuación de Correlación	Restricciones
Espacio contenido entre dos placas verticales contenido desde un lado. 	$Nu_\delta=0.22(L/\delta)\left(\frac{Pr}{0.2+Pr}Ra_\delta\right)^{0.28}$ $Nu_\delta=0.18\left(\frac{Pr}{0.2+Pr}Ra_\delta\right)^{0.29}$	$2<L/\delta$ 10, $Pr<10$, $Ra_\delta<10^{10}$ $1<L/\delta<2$, $10^{-3}<Pr<10^{5}$ $10^{3}<Ra_\delta Pr/(0.2+Pr)$

OTRAS CORRELACIONES PARA CONVECCIÓN NATURAL

Geometría	Ecuación de Correlación	Restricciones
Espacio contenido entre dos placas horizontales calentado desde abajo 	$Nu=1+1.44\left[1-1708/Ra_\delta\right]+\left[\left[Ra_\delta/5830\right]^{1/3}-1\right]$	Aire $1700<Ra_\delta<10^8$
	$Nu=1+1.44\left[1-1708/Ra_\delta\right]+\left[\left[Ra_\delta/5830\right]^{1/3}-1\right]+2.0\left[Ra_\delta^{1/3}/140\right]^{(1-\ln(Ra_\delta^{1/3}/140))}$	Agua $1700<Ra_\delta<3.5\times10^9$

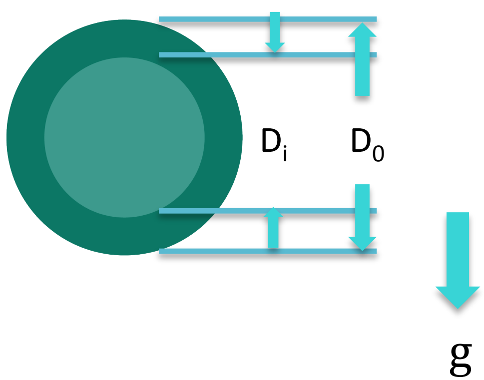
OTRAS CORRELACIONES PARA CONVECCIÓN NATURAL

<table>
<tr><th>Geometría</th><th>Ecuación de Correlación</th><th>Restricciones</th></tr>
<tr>
<td>Interior de una cavidad esférica

</td>
<td>$Nu_D = C(Gr_D\,Pr)^n$</td>
<td>
<table>
<tr><th>GrD</th><th>C</th><th>n</th></tr>
<tr><td>10^4-10^9</td><td>0.59</td><td>1/4</td></tr>
<tr><td>10^9-10^{12}</td><td>0.13</td><td>1/3</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

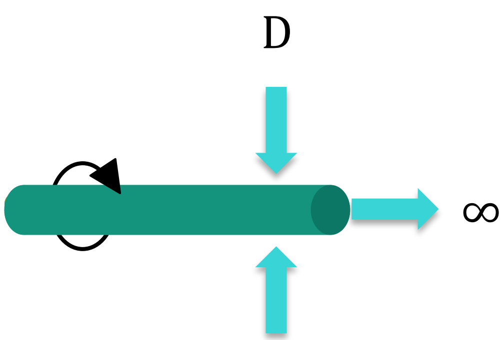
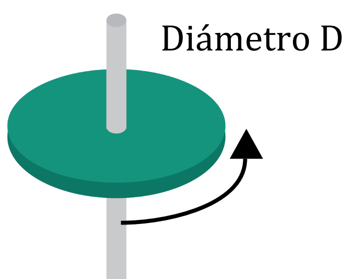
OTRAS CORRELACIONES PARA CONVECCIÓN NATURAL

Geometría	Ecuación de Correlación	Restricciones
Cilindros concéntricos largos $2b=D_1-D_0$  g	$Keff/k = 0.386 \left[\ln(D0/Di) / b^{3/4} (1/Di^{3/5} + 1/D0^{3/5})^{5/4} \right] \times \left(Pr/(0.861+Pr) \right)^{1/4} Ra_\delta^{1/4}$	$0.70 \lesssim Pr \lesssim 6000$ $10 \lesssim \{ \ln(D0/D1)/b\,(1/Di+1/D0) \} Ra_b \lesssim 10^7$

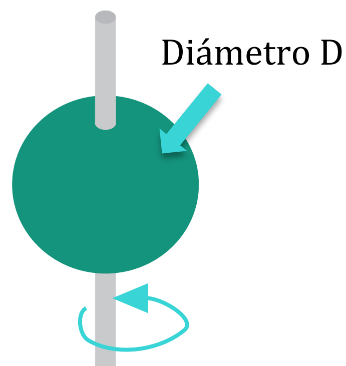
OTRAS CORRELACIONES PARA CONVECCIÓN NATURAL

Geometría	Ecuación de Correlación	Restricciones
Esferas concéntricas $2b=D_1-D_0$ 	$K_{ef}=0.74\left[b^{1/4}/D_0 D_i (D_i^{7/5}+D_0)^{5/4}\right] \times Ra_b^{1/4} \left(Pr/0.861+Pr\right)^{1/4}$	$0.70 \lesssim Pr \lesssim 4200$ $10 \leq \left[b/(D_0 D_i)\right] (D_i+D_0)^5 / Ra_b \leq 10^7$

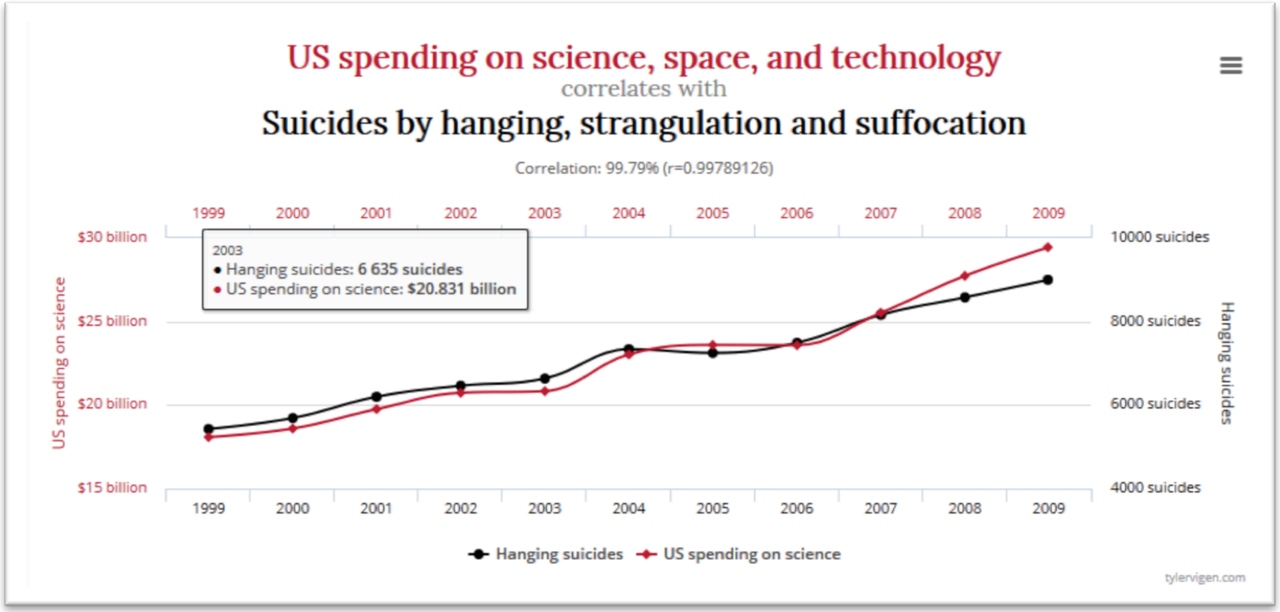
OTRAS CORRELACIONES PARA CONVECCIÓN NATURAL

Geometría	Ecuación de Correlación	Restricciones
Cilindro rotatorio largo 	$Nu_D = hcD/k = 0.11(0.5Re \blacksquare 2 @\omega + Gr_D Pr)^{0.35}$	$Re_\omega = \pi D2\omega/v > 8000$
Disco rotatorio 	$Nu_D = hcD/k = 0.36(Re_\omega)^{1/2}$	$Re_\omega = \omega D2/v < 10^6$

OTRAS CORRELACIONES PARA CONVECCIÓN NATURAL

Geometría	Ecuación de Correlación	Restricciones
Esfera rotatoria.  	$Nu_D = 0.43 Re_\omega^{0.5} Pr^{0.4}$ $Nu_D = 0.066 Re_\omega^{0.67} Pr^{0.4}$	$Re_\omega = \omega D^2/\nu < 5\times10^4$ $Pr > 0.7$ $5\times10^4 < Re_\omega < 7\times10^5$

CUIDADO CON LAS CORRELACIONES

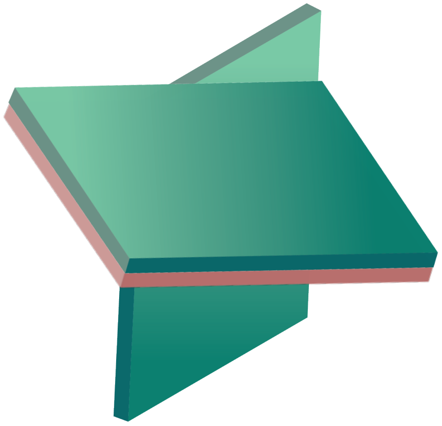


http://tylervigen.com/spurious-correlations

ACTIVIDADES

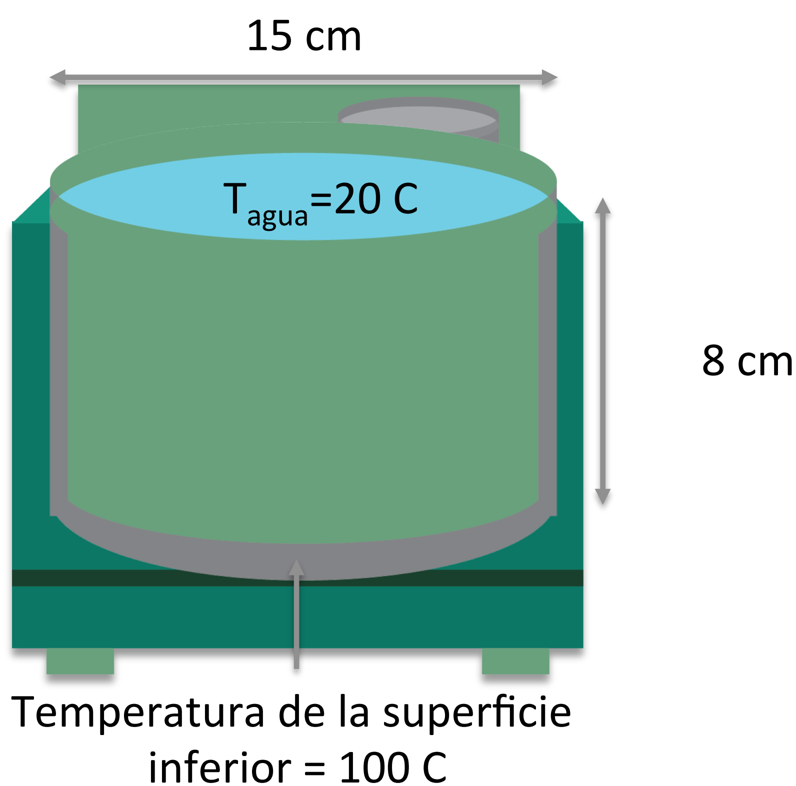
Una placa cuadrada de 0.6m X 0.6 m está en un cuarto a 3 C Una de las caras de la placa se encuentra a 9 C mientras que la otra está aislada. ¿Cuál es la tasa de transferencia de calor si

a) la placa está vertical.
b) horizontal con la cara caliente hacía arriba.
c) horizontal con la cara caliente hacía abajo.



EJEMPLO

Una cacerola con agua de 8 cm de profundidad es colocada sobre la estufa como se muestra en la imagen, el elemento quemador es termostáticamente controlado y la superficie inferior se mantiene a 100 C. Asumiendo que la superficie del agua tiene una temperatura inicial de 20 C, cual es el rango inicial de transferencia de calor del agua hirviendo? La cacerola es circular y tiene un diámetro de 15 cm.



SOLUCIÓN

Para las propiedades del agua a 60°C , tenemos:

$Ra_\delta = (9.8\ m/s2)(5.18\ x\,10-4K-1)(0.08\ m)3(3.02)/(0.478\ x\,10-6\ m2/s)2$

$= 2.75\ x10^9$

De la ecuación

$$\overline{Nu}_\delta = 1 + 1.44\left[1 - \frac{1708}{Ra_\delta}\right]^{\cdot} + \left[\left(\frac{Ra_\delta}{5830}\right)^{1/3} - 1\right]^{\cdot} + 2.0\left[\frac{Ra_\delta^{1/3}}{140}\right]^{[1-\ln(Ra_\delta^{1/3}/140)]}$$

$Nu_\delta = 1+1.44+76.8+0.1 = 79.3$

$h_c = Nu_\delta k/\delta = (79.3)(0.657\ WmK)/0.$

$= 651\ W/m^2K$

El rango inicial de calor es por lo tanto:

$q = (651Wm^2K)\ (\pi 0.152m2/4\ )\ (80K)$

$= 920\ W$

REFERENCIAS

Kreider. Análisis lineal.
OZISIK, M.N. «Heat Conduction»