





CURSO: TRANSFERENCIA DE ENERGÍA

Doctor Rafael Fernández Flores

Trabajo realizado con el apoyo del
Programa UNAM-DGAPA-PAPIME
PE110517



CONDUCCIÓN Y COEFICIENTES DE TRANSPORTE

PROBLEMA

¿Qué papel desempeñan los términos de una ecuación de transporte?



OBJETIVOS

1 Identificar los elementos que constituyen una ecuación de transporte.

2 Comprender las razones por las cuales los coeficientes de transporte varían de un material a otro y con la temperatura.

3 Conocer las fórmulas derivadas de los modelos de la materia que permiten calcular teóricamente los coeficientes de transporte.

4 Resolver problemas que involucran los términos de una ecuación de transporte.

5 Conocer la relación que existe entre la conductividad térmica y eléctrica (Ley de Wiedeman-Franz).



MENÚ

ECUACIONES DE TRANSPORTE

- La tendencia al equilibrio. Victoria Reina de Inglaterra

COEFICIENTES DE TRANSPORTE

- Los hechos, las causas y los modelos.
- Las fórmulas y las tablas
- Ejemplo

CUESTIONARIO



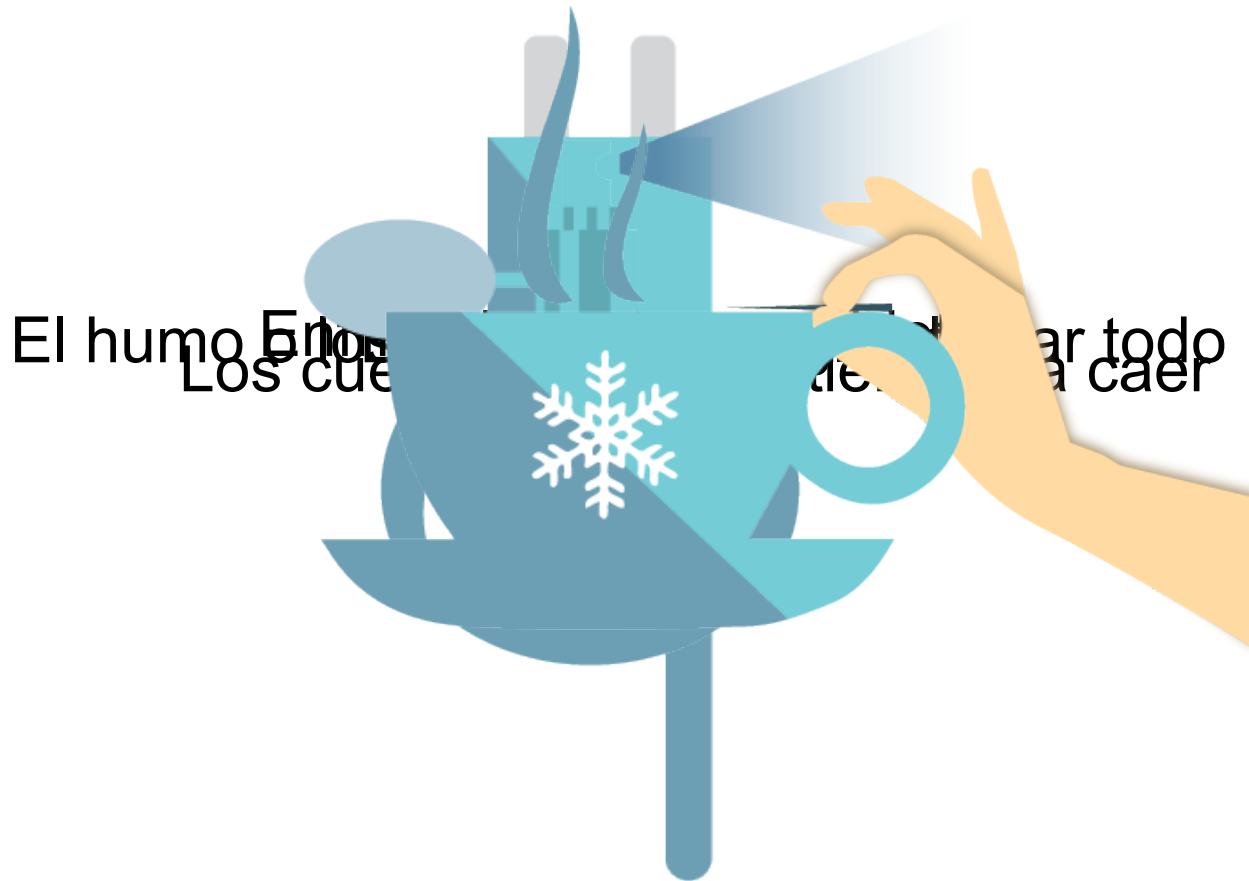
TODA DESIGUALDAD GENERA UN FLUJO

(económica)

(personas)

ECUACIONES DE
TRANSPORTE

LA TENDENCIA AL EQUILIBRIO



VICTORIA REINA DE INGLATERRA



$$V = R I$$

1 2 3


Los tres elementos de la ecuación:

1. Desequilibrio de una magnitud física.
2. Coeficiente de transporte
(medida de la dificultad/facilidad con la que ocurre el flujo).
3. Cantidad que se desplaza (de materia, electrones, energía...) por unidad de tiempo flujo.



1. Victoria: EL GRADIENTE (EL DESEQUILIBRIO)

- En vez de V (que en realidad es ΔV) escribimos.
- $\Delta V/\Delta Z$ (donde Z es la dirección de avance de los electrones).
- Si la variación de la diferencia de potencial con la distancia no es constante escribimos dV/dZ
- Si el fenómeno se desarrolla en más de una dirección la derivada debe ser una derivada parcial: $\partial V/\partial Z$
- Este gradiente es el que produce la fuerza.



2. Reina: EL COEFICIENTE DE TRANSPORTE (LA CONDUCTIVIDAD)

La resistividad está relacionada con la resistencia a través de la fórmula:

$$\rho = RA / L$$

La conductividad k es el inverso de la resistividad que también es una propiedad del material :

$$k = \frac{1}{\rho} = \frac{L}{RA}$$

La conductividad es una propiedad del material (acero, cobre, etc.)



3. Inglaterra. El FLUX (Flujo/ Área)

- En vez de I , el flujo (electrones/ tiempo), escribimos la intensidad por unidad de área q_e a la que llamamos flux.
- Electrones por segundo por metro cuadrado en el SI.

Reescribiendo la ecuación para darle generalidad:

$$V = \frac{\rho L}{A} I$$
$$q_e = \frac{1}{\rho} \frac{V}{L}$$

$$q_e = -K_E \frac{\Delta V}{\Delta Z}$$

LA ECUACIÓN DE CONDUCCIÓN

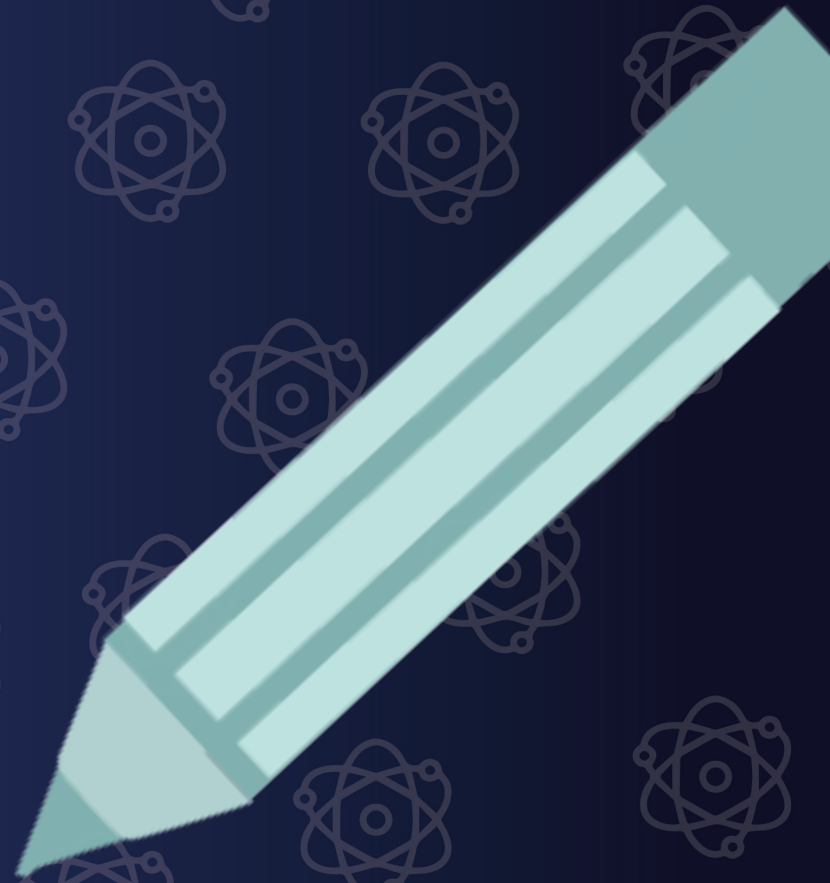
COMENTARIOS

El énfasis está puesto en el flux

El flux es proporcional al gradiente

La constante de proporcionalidad es la conductividad con signo negativo.

- A mayor conductividad mayor flux
- El flux va en la dirección de equilibrar las concentraciones (de menos a más).



ECUACION(ES) DE CONDUCCIÓN

En este curso:

Fourier, Ohm,
Pouiseuille y Fluido
Newtoniano

Ley de Ohm

$$q_E = -K_E \frac{\Delta V}{\Delta Z}$$

**Ley de
Poiseuille**

$$q_M = -K_M \frac{\Delta P}{\Delta Z}$$

Ley de Fourier

$$q_q = -K_q \frac{\Delta T}{\Delta Z}$$

Ley de Fick

$$q_D = -K_D \frac{\Delta C}{\Delta Z}$$

**Fluido
Newtoniano**

$$t_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$$

Calcular las unidades del coeficiente de conductividad térmica.

$$q = -k \frac{dT}{dx}$$

$$[k] = [q][dx]/[dT]$$

$$\begin{aligned} \text{En el SI} &= \frac{\text{Joule}}{\text{seg}} \cdot \frac{1}{\text{m}^2} \cdot \text{m} \cdot \frac{1}{\text{°K}} \\ &= \frac{\text{W}}{\text{m}^{\circ}\text{K}} \end{aligned}$$



Repetir el ejercicio para la viscosidad, la difusividad de masa y la conductividad eléctrica

EJERCICIO

La analogía de la resistencia térmica con la eléctrica.

Para algunas aplicaciones conviene escribir la ley de Fourier como:

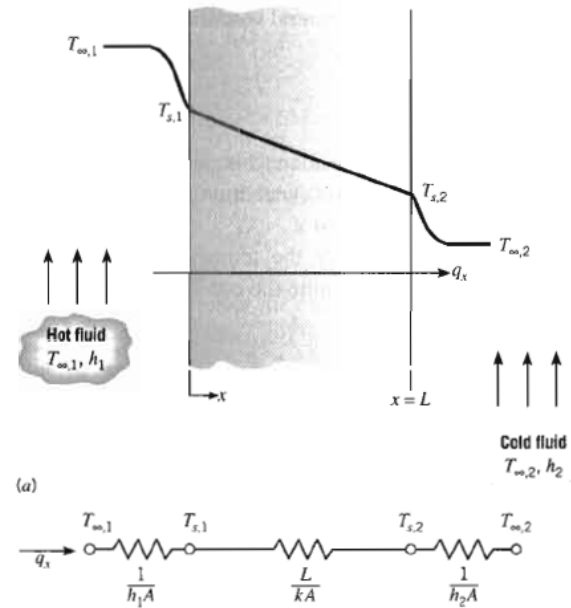
$$q_x = \frac{T_{s,1} - T_2}{(L_A/k_A A)}$$

El siguiente diagrama ilustra la analogía:

En ese caso el término $L_A/k_A A$ es el análogo térmico de la resistencia eléctrica. Del mismo modo la ley de enfriamiento de Newton puede escribirse como:

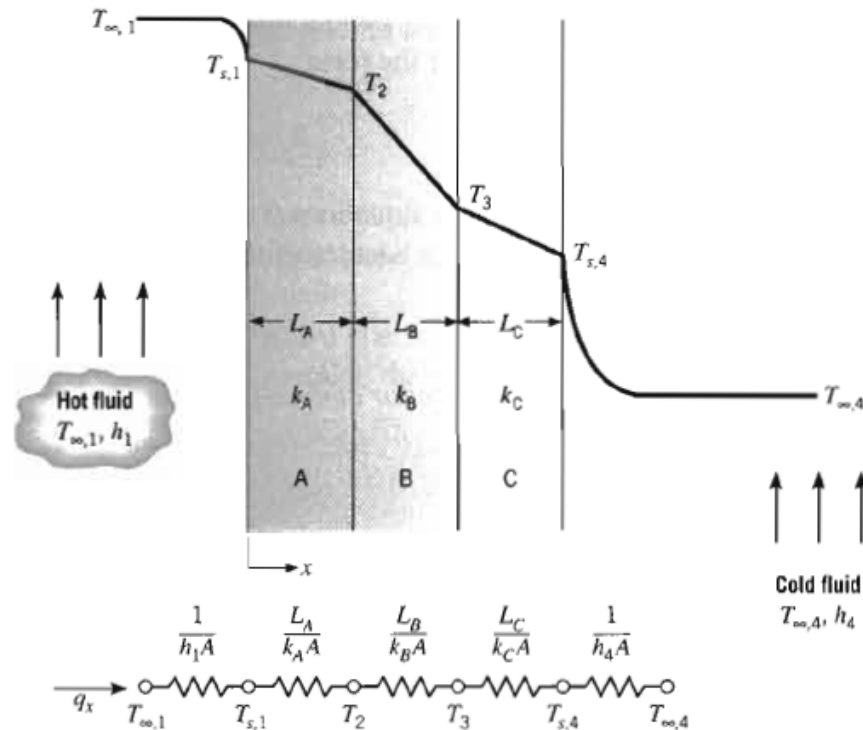
$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{s,1}}{(1/h_1 A)}$$

Y el término $1/h_1 A$ interpretarse como una resistencia térmica debida a la convección

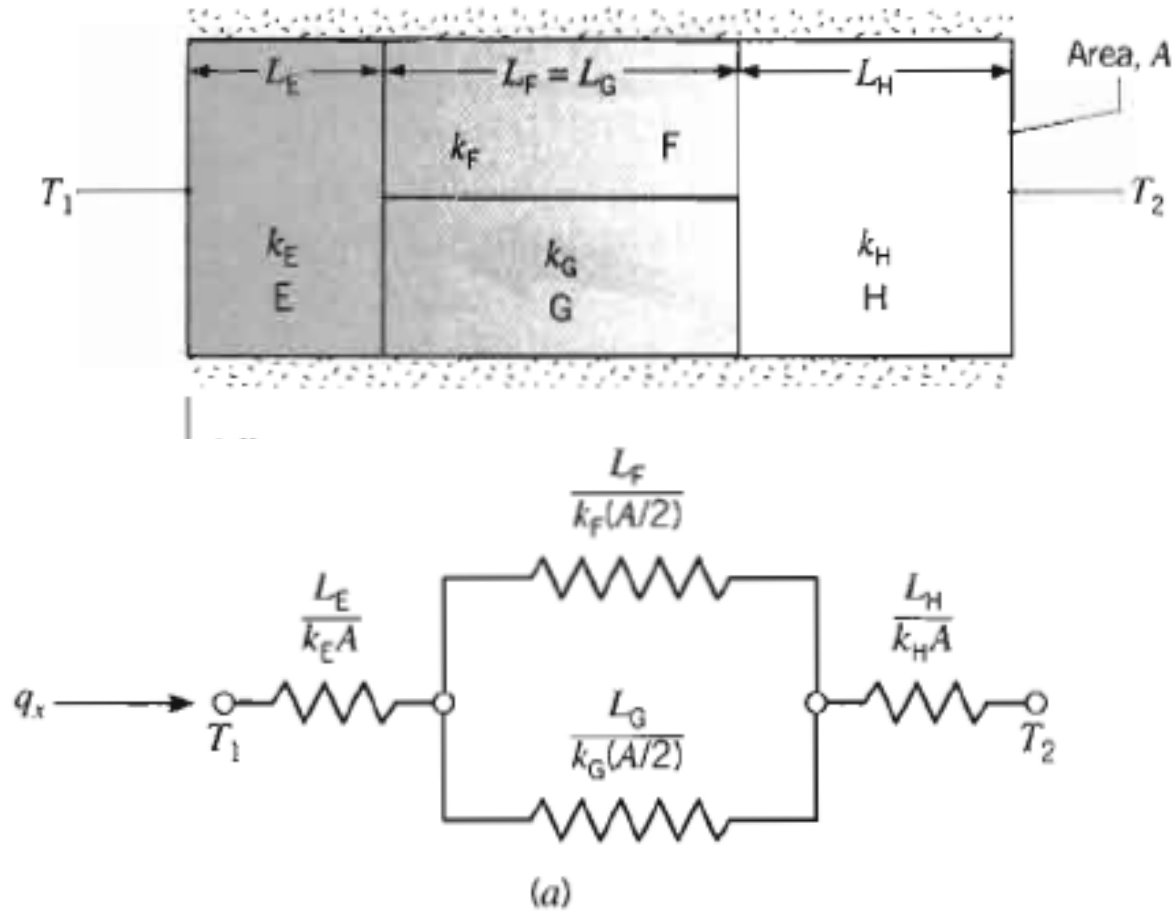


Paredes compuestas.

Esta analogía es útil para estudiar el caso de paredes compuestas, como veremos en otra lección:



Ejemplo de representación de un conjunto de paredes conductoras como un circuito eléctrico análogo

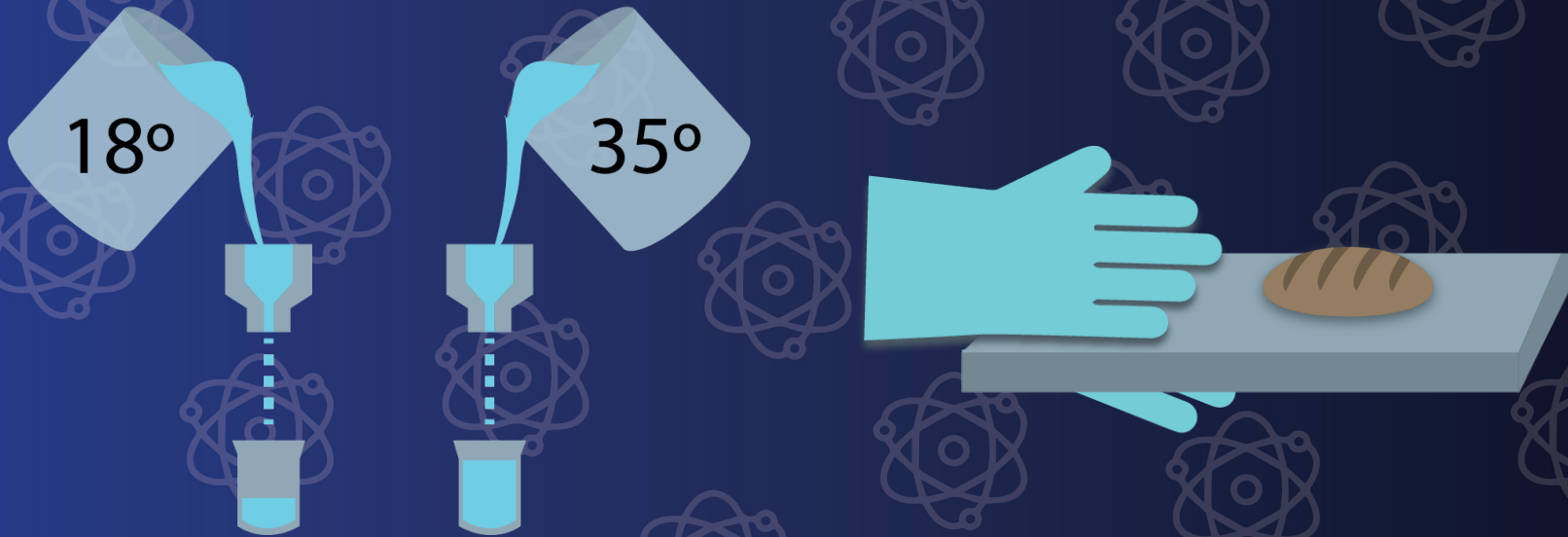


Ecuaciones de conducción en diferentes geometrías.

TABLE 3.3 One-dimensional, steady-state solutions to the heat equation with no generation

	Plane Wall	Cylindrical Wall ^a	Spherical Wall ^a
Heat equation	$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$	$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0$	$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0$
Temperature distribution	$T_{s,1} - \Delta T \frac{x}{L}$	$T_{s,2} + \Delta T \frac{\ln(r/r_2)}{\ln(r_1/r_2)}$	$T_{s,1} - \Delta T \left[\frac{1 - (r_1/r)}{1 - (r_1/r_2)} \right]$
Heat flux (q'')	$k \frac{\Delta T}{L}$	$\frac{k \Delta T}{r \ln(r_2/r_1)}$	$\frac{k \Delta T}{r^2 [(1/r_1) - (1/r_2)]}$
Heat rate (q)	$kA \frac{\Delta T}{L}$	$\frac{2\pi Lk \Delta T}{\ln(r_2/r_1)}$	$\frac{4\pi k \Delta T}{(1/r_1) - (1/r_2)}$
Thermal resistance ($R_{t,cond}$)	$\frac{L}{kA}$	$\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk}$	$\frac{(1/r_1) - (1/r_2)}{4\pi k}$

Coeficientes de Transporte



Son una medida de la facilidad con la que ocurre el flujo.

Los hechos, las causas y los modelos.

Hechos:

Los coeficientes de transporte, como la viscosidad de los líquidos y de los gases o la conductividad de los metales y los no metales, varían:

- **De un material a otro.**

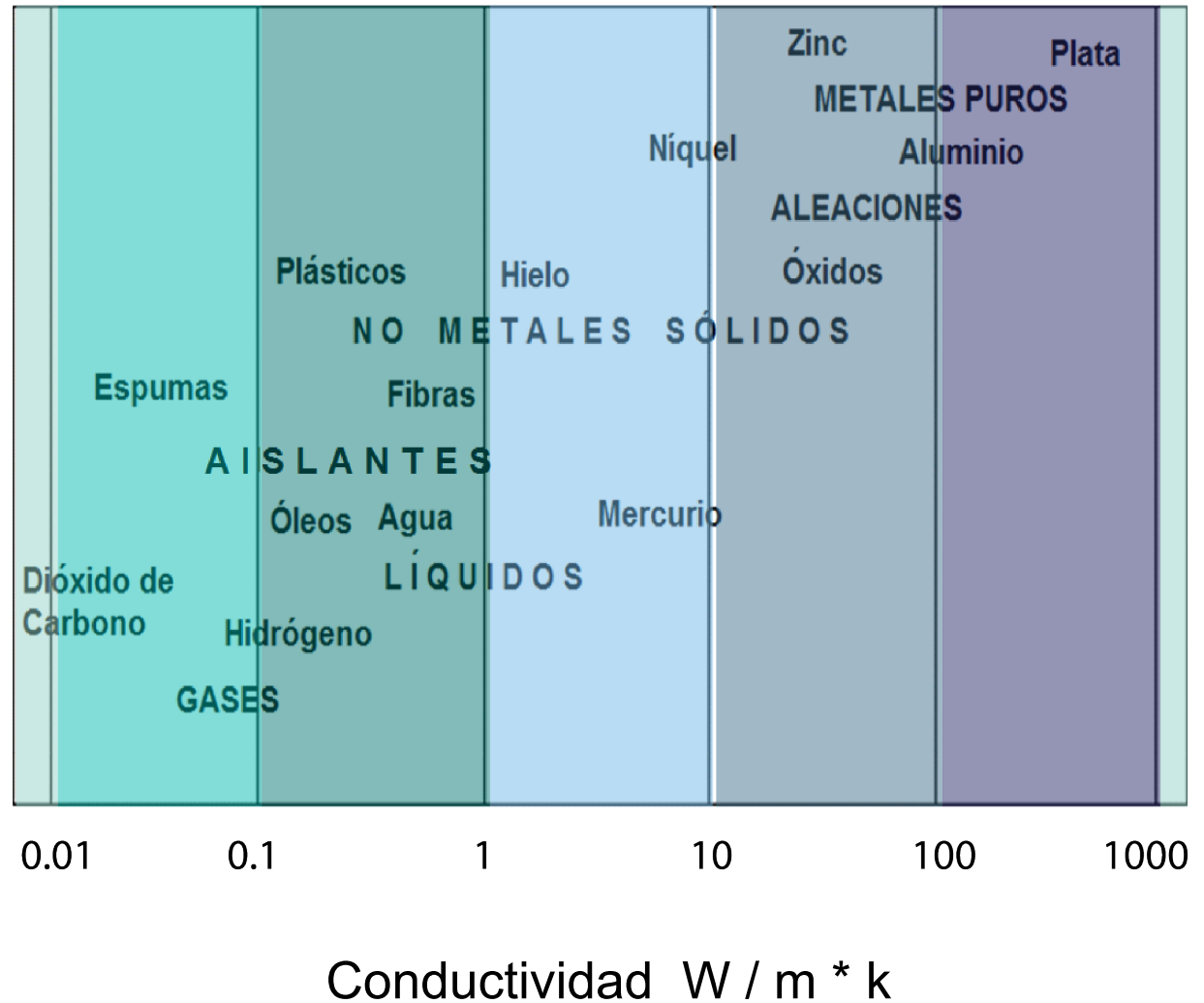
- La cantidad transportada por unidad de tiempo y de área (flux) para un mismo gradiente depende del material (de su coeficiente de transporte).

- **Para un mismo material**

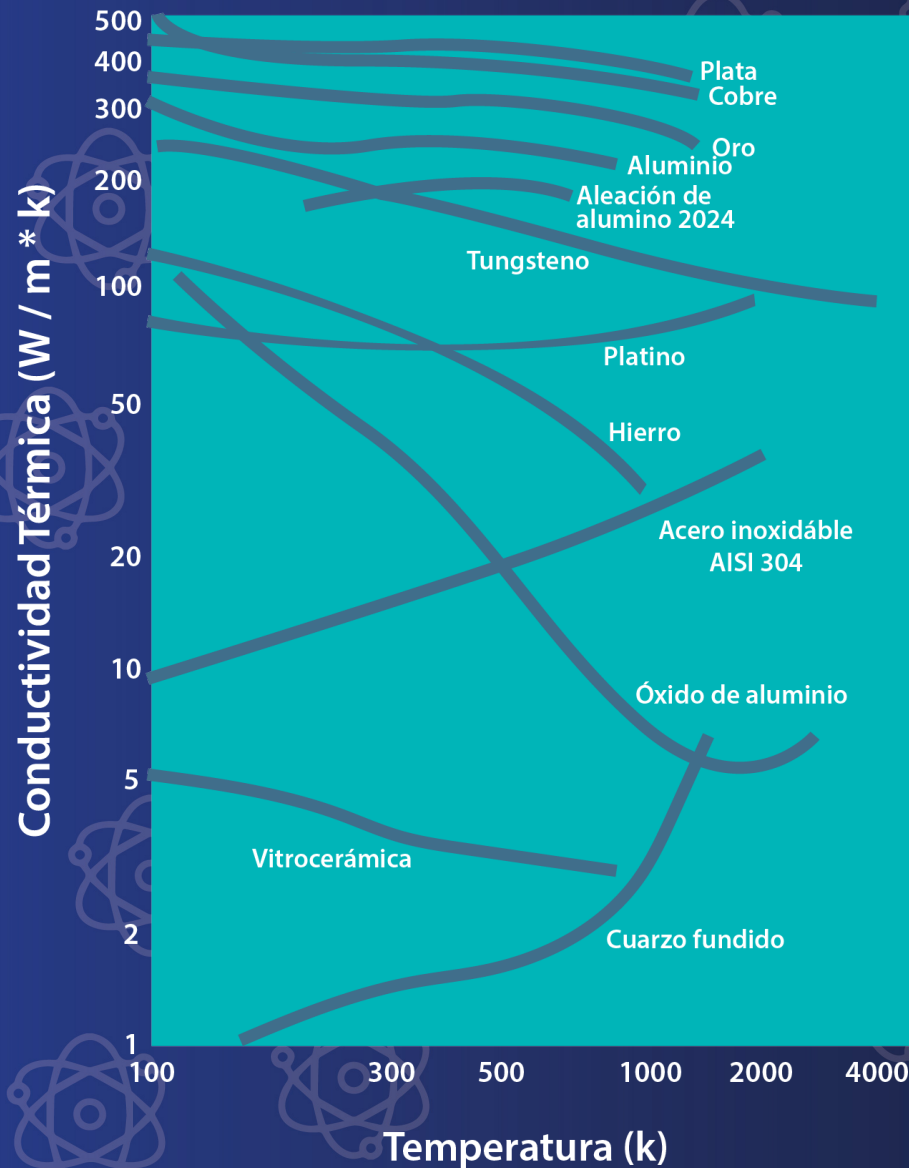
- La cantidad transportada por unidad de tiempo y de área (flux) para un mismo material depende de la temperatura.

Variaciones de k de un material a otro

* Fuente de las imagenes

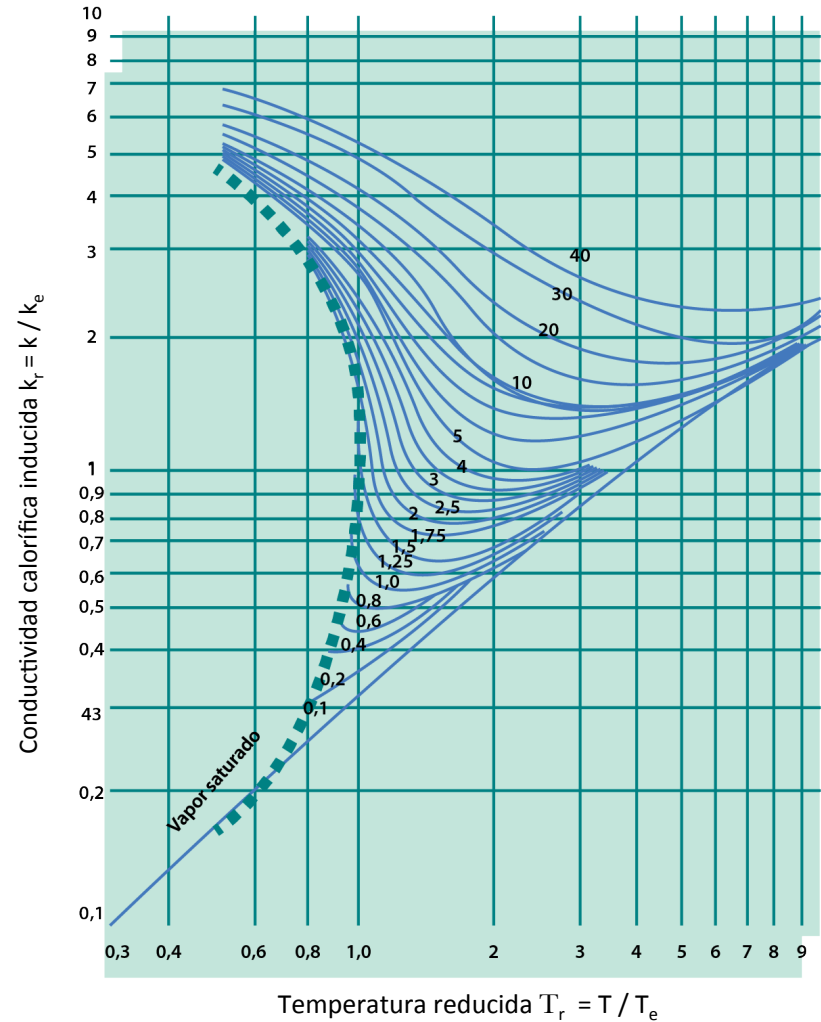
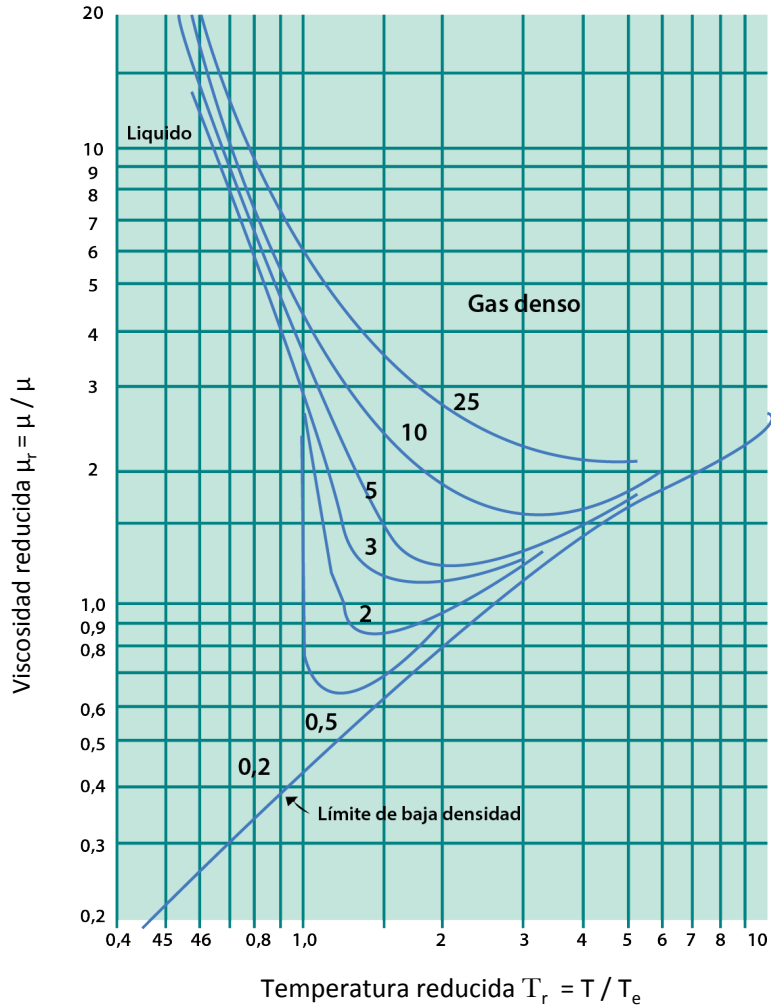


Atención: Órdenes de magnitud y Estados de agregación



Variación de k
con la
temperatura

Variación de μ y k con la temperatura para un mismo material

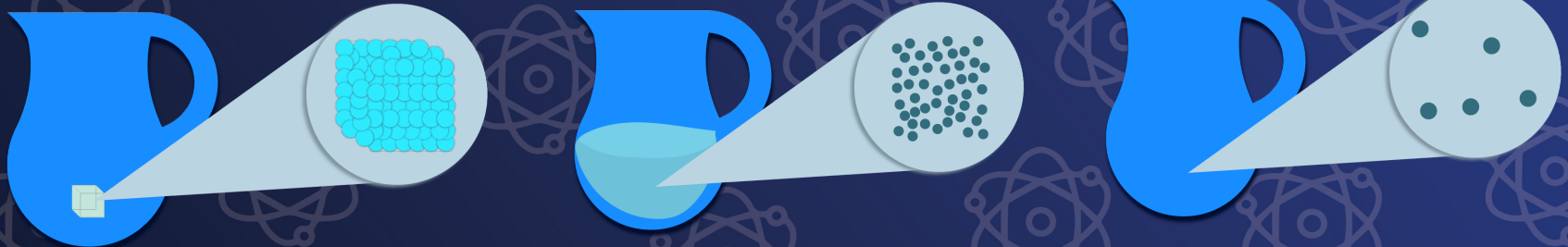


LAS CAUSAS

- La conducción (de energía o de momento) se debe al movimiento de las partículas que al moverse la “acarrean”.
- El valor del coeficiente de transporte depende de la facilidad que tienen las partículas de moverse dentro de los materiales.

MODELO CINÉTICO DE PARTÍCULAS

Todas las moléculas tiene movimiento (energía cinética molecular)



En los sólidos vibran
en su mismo lugar

En los líquidos
cambian de lugar

En los gases su movimiento
es totalmente aleatorio

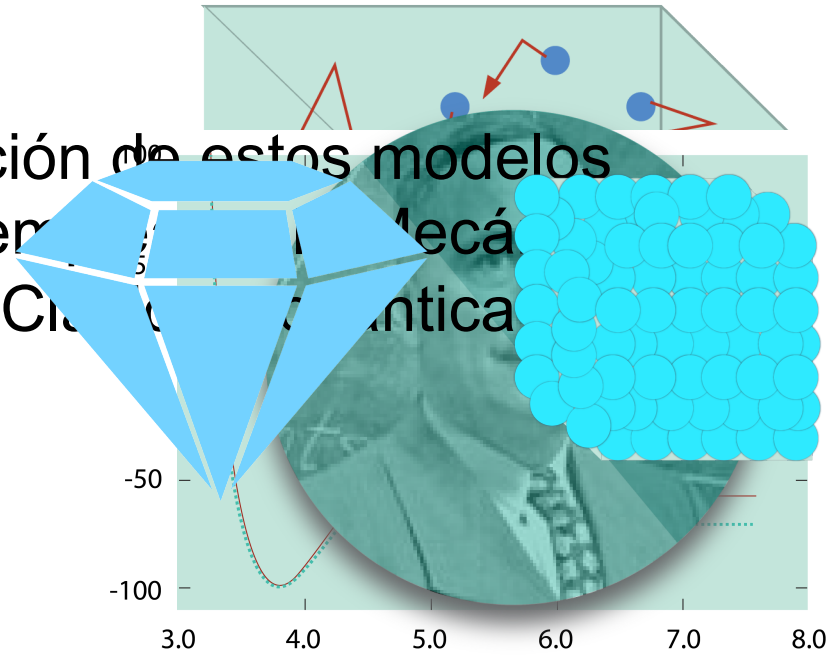
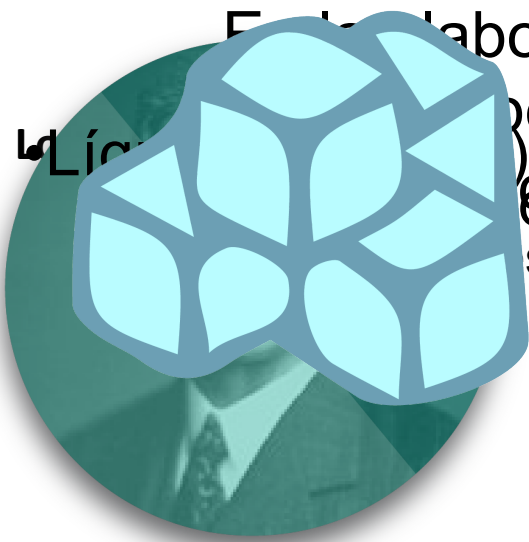
Según el estado de agregación las partículas se
mueven de diferentes formas.

ESTADOS DE AGREGACIÓN

A partir de esos modelos pueden
desarrollarse fórmulas para
calcular la conductividad y la
viscosidad, en función de la
temperatura

Los hechos, las causas y los modelos

- Potencial de Lennard-Jones



Partículas Contenedor

TEORÍA CINÉTICA DE LOS GASES

$$E = E_c + E_p$$

E_c , la energía cinética, tiene siempre un valor de $=1/2 mv^2$

E_p , la energía potencial, depende de la forma de modelar la fuerza entre los átomos. Es decir la expresión matemática del potencial

La propuesta más simple es suponer que no hay interacción entre ellos, excepto cuando chocan. En ese caso $E_p = 0$ (Esferas rígidas)

A partir de diferentes modelos como los anteriores pueden deducirse fórmulas para el cálculo de la variación de k y μ con la temperatura.

Las fórmulas serán más o menos precisas según el grado de sofisticación de los modelos.

El modelo más simple es el de esferas rígidas (previo a la mecánica cuántica. Maxwell 1860)

Fórmulas para μ y K

Gas de esferas rígidas.

El movimiento de un conjunto de esferas rígidas de diámetro d , masa m y n moléculas por unidad de volumen puede modelarse si se conocen el recorrido libre medio

y la velocidad promedio de la partícula:

En ese caso la conductividad térmica y la viscosidad pueden escribirse con base en esos parámetros:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$$

$$u = \frac{\sqrt{8kT}}{\pi m}$$

Ejemplo. Calcular el recorrido libre moléculas de Oxígeno a 300 K.

Solución: Primero debemos calcular n , el número de partículas de Oxígeno por unidad de volumen N/V .

Asumimos que el gas es ideal: $PV = nKT$

Entonces:

$N/V = n = P/Kt$. Sustituyendo en la fórmula del recorrido libre medio:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 N/V} = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 p} = \frac{(1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}) (300 \text{ K})}{\sqrt{2} \pi (2.9 \times 10^{-10} \text{ m})^2 (1.01 \times 10^5 \text{ Pa})}$$

Alrededor de 380 diámetros moleculares

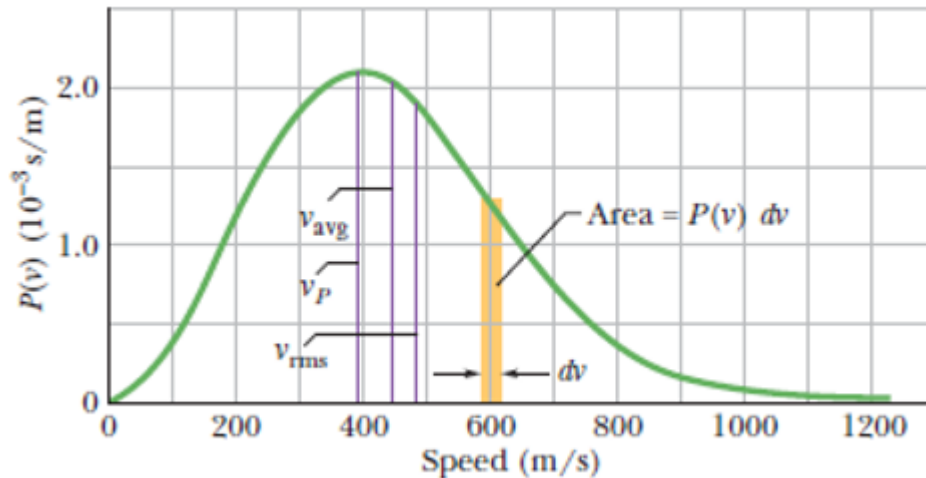
Recorrido libre medio y longitudes críticas

Material	λ_{mfp} (nm)	$L_{\text{crit y}}$ (nm)	$L_{\text{crit x}}$ (nm)
Oxido de aluminio	5.08	36	22
Diamante (IIa)	315	2200	1400
Arseniuro de galio	23	160	100
Oro	31	220	140
Silicio	43	290	180
Óxido de silicio	0.6	4	3
Zirconia	25	170	110

La función de distribución de velocidades de Maxwell

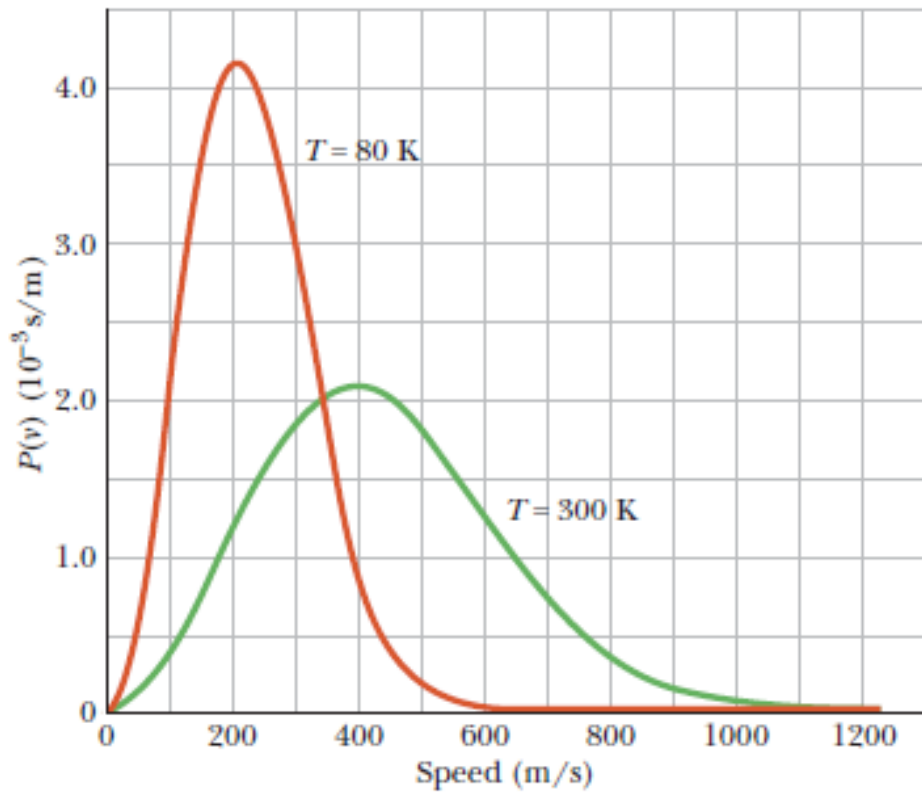
$$P(v) = 4\pi \left(\frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} v^2 e^{-Mv^2/2RT},$$

multiplicada por la diferencial de velocidades dv proporciona la fracción de moléculas con velocidades en ese intervalo.



Función de distribución de velocidades para moléculas de Oxígeno a 300 K.
Se muestran en la gráfica las tres velocidades características: la, la velocidad promedio, más probable y la RMS

$$v_{\text{avg}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \quad (\text{average speed}),$$
$$v_P = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \quad (\text{most probable speed}),$$
$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad (\text{rms speed}).$$



(b)

$$v_{\text{avg}} = \int_0^{\infty} v P(v) dv.$$

$$v_{\text{avg}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

k y μ con un modelo de esferas rígidas

$$K = \frac{1}{3} C u \lambda_{mfp}$$

$$\frac{1}{3}$$

U Es la velocidad media del electrón

C Es el calor específico de los electrones por unidad de volumen

λ_{mfp} Es el recorrido libre medio

k Constante de Boltzman

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n} \quad u = \frac{\sqrt{8kT}}{\pi m}$$

$$k = \frac{1}{d^2} x = \sqrt{\frac{k^3 T}{\pi^3 m}}$$

$$\mu = \frac{2}{3\pi^{3/2}} \frac{\sqrt{m kT}}{d^2}$$

El modelo puede refinarse tomando en cuenta:

Un potencial más realista (Lennard-Jones, por ejemplo).

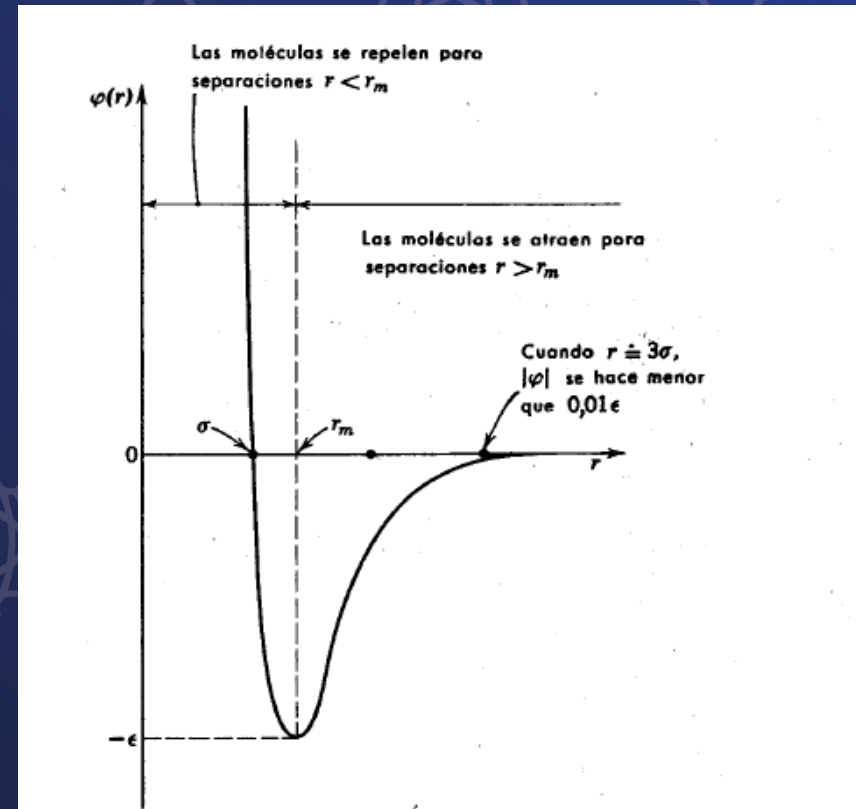
Aspectos cuánticos para construir una teoría del estado sólido. (Debye. Distribución de Bose- Einstein para los fonones).

Distribución de Fermi-Dirac para los electrones libres.

REFINAMIENTO DEL MODELO

$$\varphi(r) = 4\varepsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^6 \right]$$

- La forma precisa del potencial depende de los parámetros ε y σ
- Para $r = \sigma$ el potencial vale cero.
- Tiene su mínimo en r_m donde vale $-\varepsilon$



POTENCIAL DE LENNARD-JONES

Para un gas se utilizan expresiones que requieren usar parámetros de los potenciales de Lennard-Jones.

$$\mu = 2,6693 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{MT}}{\sigma^2 \Omega_{\mu}}$$

$$k = 1,9891 \times 10^{-4} \frac{\sqrt{T / M}}{\sigma^2 \Omega_{\mu}}$$



VISCOSIDAD Y CONDUCTIVIDAD USANDO LENNARD JONES

El significado de Ω_μ

- El parámetro adimensional Ω_μ , es una función de la temperatura adimensional KT/ϵ .
- Si el gas estuviera hecho de esferas rígidas de diámetro σ , en lugar de moléculas con fuerzas de atracción y repulsión entre ellas, Ω_μ valdría exactamente uno.
- Ω_μ toma en cuenta los detalles de los caminos que las moléculas recorren en una collision binaria, puede por lo tanto interpretarse como una medida de la desviación del comportamiento de esfera rígida.
- Valores para Ω_μ pueden verse en las siguientes tablas.

MEZCLAS Y OTRAS GEOMETRÍAS

Para el caso de mezclas de gases y gases polares o de moléculas muy alargadas es necesario usar otros modelos de fuerzas.

La viscosidad de una mezcla puede calcularse a partir de las viscosidades de los elementos que la constituyen:

$$\mu_{mezcl.} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i \mu_i}{\sum_{j=1}^n x_j \Phi_{ij}}$$

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_i}{M_j} \right)^{-1/2} \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{1/2} \left(\frac{M_j}{M_i} \right)^{1/4} \right]^2$$

En libros como el Incropera y el Bird vienen extensas tablas tanto para valores de K y μ para diferentes materiales, como de diversos parámetros necesarios para su cálculo a partir de modelos de transporte.

Una recopilación de tablas y fórmulas útiles para el curso en general se encuentran en la parte de materiales transversales del curso.

TABLAS

Tablas de valores de σ y Ω (1/4)

TABLE B-1
INTERMOLECULAR FORCE PARAMETERS AND CRITICAL PROPERTIES

Substance	Molecular Weight M	Lennard-Jones Parameters ^a		Critical Constants ^{b,c,d}				
		σ (Å)	ϵ/K (° K)	T_c (° K)	p_c (atm)	\bar{V}_c (cm ³ g-mole ⁻¹)	μ_c (g cm ⁻¹ sec ⁻¹) $\times 10^6$	k_c (cal sec ⁻¹ cm ⁻¹ ° K ⁻¹) $\times 10^6$
<i>Light elements:</i>								
H ₂	2.016	2.915	38.0	33.3	12.80	65.0	34.7	—
He	4.003	2.576	10.2	5.26	2.26	57.8	25.4	—
<i>Noble gases:</i>								
Ne	20.183	2.789	35.7	44.5	26.9	41.7	156.	79.2
Ar	39.944	3.418	124.	151.	48.0	75.2	264.	71.0
Kr	83.80	3.498	225.	209.4	54.3	92.2	396.	49.4
Xe	131.3	4.055	229.	289.8	58.0	118.8	490.	40.2
<i>Simple polyatomic substances:</i>								
Air	28.97*	3.617	97.0	132.*	36.4*	86.6*	193.	90.8
N ₂	28.02	3.681	91.5	126.2	33.5	90.1	180.	86.8
O ₂	32.00	3.433	113.	154.4	49.7	74.4	250.	105.3
O ₃	48.00	—	—	268.	67.	89.4	—	—
CO	28.01	3.590	110.	133.	34.5	93.1	190.	86.5
CO ₂	44.01	3.996	190.	304.2	72.9	94.0	343.	122.
NO	30.01	3.470	119.	180.	64.	57.	258.	118.2
N ₂ O	44.02	3.879	220.	309.7	71.7	96.3	332.	131.
SO ₂	64.07	4.290	252.	430.7	77.8	122.	411.	98.6
F ₂	38.00	3.653	112.	—	—	—	—	—
Cl ₂	70.91	4.115	357.	417.	76.1	124.	420.	97.0
Br ₂	159.83	4.268	520.	584.	102.	144.	—	—
I ₂	253.82	4.982	550.	800.	—	—	—	—

Tablas de valores de σ y Ω (3/4)

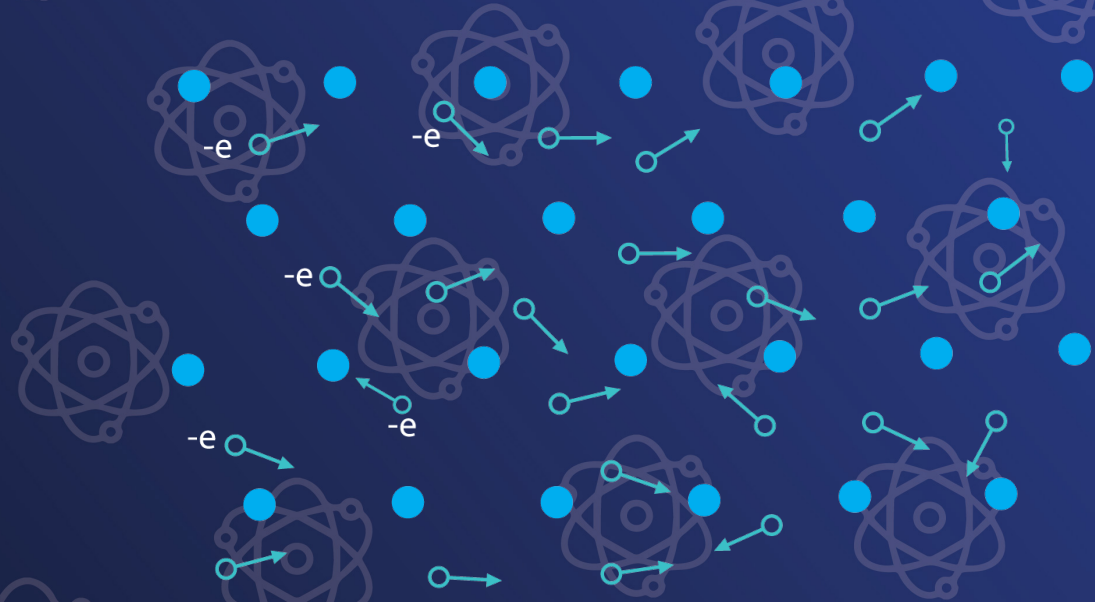
TABLE B-2
FUNCTIONS FOR PREDICTION OF TRANSPORT PROPERTIES OF GASES AT
LOW DENSITIES*

$\kappa T/\epsilon$ or $\kappa T/\epsilon_{AB}$	$\Omega_\mu = \Omega_k$ (For viscosity and thermal conductivity)	$\Omega_{\mathcal{D},AB}$ (For mass diffusivity)	$\kappa T/\epsilon$ or $\kappa T/\epsilon_{AB}$	$\Omega_\mu = \Omega_k$ (For viscosity and thermal conductivity)	$\Omega_{\mathcal{D},AB}$ (For mass diffusivity)
			2.50	1.093	0.9996
0.30	2.785	2.662	2.60	1.081	0.9878
0.35	2.628	2.476	2.70	1.069	0.9770
0.40	2.492	2.318	2.80	1.058	0.9672
0.45	2.368	2.184	2.90	1.048	0.9576
0.50	2.257	2.066	3.00	1.039	0.9490
0.55	2.156	1.966	3.10	1.030	0.9406
0.60	2.065	1.877	3.20	1.022	0.9328
0.65	1.982	1.798	3.30	1.014	0.9256
0.70	1.908	1.729	3.40	1.007	0.9186
0.75	1.841	1.667	3.50	0.9999	0.9120
0.80	1.780	1.612	3.60	0.9932	0.9058
0.85	1.725	1.562	3.70	0.9870	0.8998
0.90	1.675	1.517	3.80	0.9811	0.8942
0.95	1.629	1.476	3.90	0.9755	0.8888
1.00	1.587	1.439	4.00	0.9700	0.8836
1.05	1.549	1.406	4.10	0.9649	0.8788
1.10	1.514	1.375	4.20	0.9600	0.8740
1.15	1.482	1.346	4.30	0.9553	0.8694
1.20	1.452	1.320	4.40	0.9507	0.8652

Un sólido es un malla (lattice) de átomos rodeados de electrones libres.

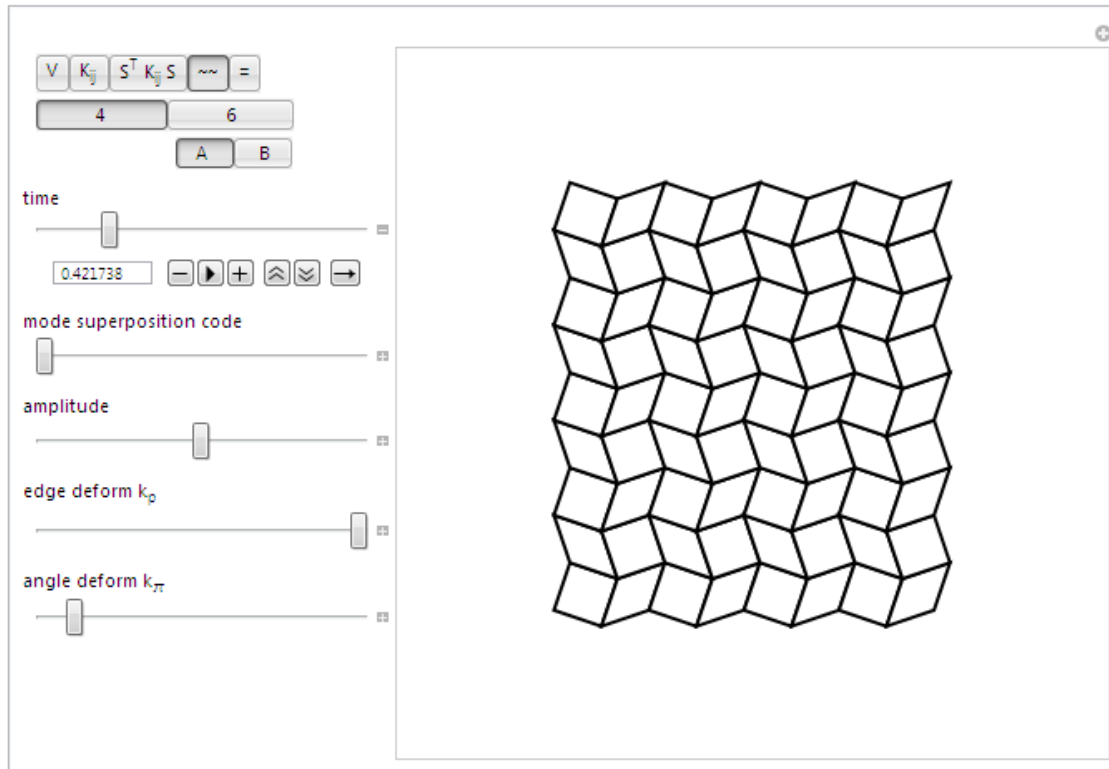
El transporte de energía térmica tiene dos causas
El movimiento de los electrones libres
(Puede modelarse como el de un gas de esferas rígidas).
La vibración de la malla

SÓLIDOS



LA VIBRACIÓN DE LA MALLA

Analysis of Lattice Vibrations in Two Dimensions





CONTRIBUCIÓN AL CÁLCULO DE K

$$K = K_e + K_f$$

- La conductividad tendrá dos componentes.
- La que procede del movimiento de los electrones y la que lo hace del movimiento de la red (fonones).

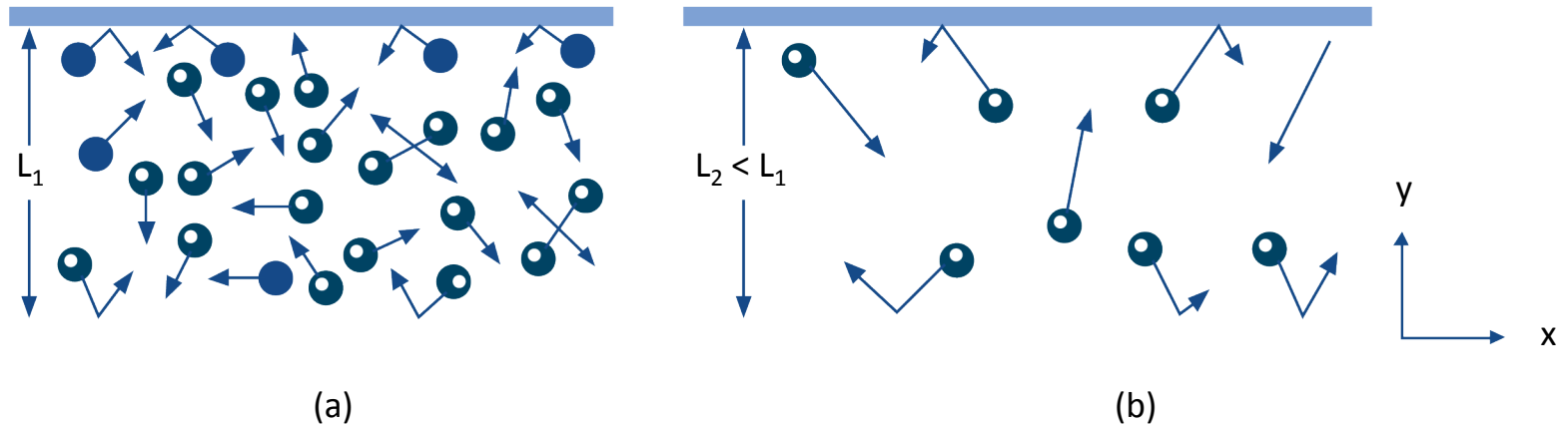
CONDUCTORES, NO CONDUCTORES Y ALEACIONES

- En los metales puros la conducción está dominada por el movimiento de los electrones y K_f es despreciable.
- En los semiconductores y no conductores la vibración de la malla domina y el término K_f no puede seguir despreciándose.
- En las aleaciones y los sólidos no metálicos el valor de K_f se vuelve más importante.

- La regularidad de la malla tiene influencia en el valor de K_f
- Los sólidos de malla regular como el cuarzo tienen valores altos para la conductividad.
- El vidrio que es amorfo no tiene tan buena conductividad.
- Algunos sólidos no metálicos pero de estructura regular, como el diamante, pueden ser mejores conductores que ciertos metales.

LA REGULARIDAD DE LA MALLA

NANOMATERIALES



En el caso de los nanomateriales debe considerarse que el efecto de la frontera sobre el movimiento de los electrones será mayor mientras más pequeño el espacio donde se mueven los electrones.

NANOMATERIALES

- Existe una longitud crítica L_{cr} por debajo de la cual deben ser considerados los efectos de tamaño.
- En esos casos existe diferencia entre la conducción a lo largo de las dos direcciones X e Y.
- Valores para K_x y K_y pueden ser calculados a partir de las relaciones siguientes, si se conoce k:

$$K_x / k = 1 - 2\lambda_{mfp} / (3\pi L)$$

$$K_y / k = 1 - 2\lambda_{mfp} / (3L)$$

Líquidos (Eyring)

Eyring a partir de la distribución de velocidades de las partículas propuso la siguiente fórmula, para la viscosidad de los líquidos:

$$\mu = \frac{N h}{V} e^{3.8T_b / T}$$

Donde N es el número de Avogadro, h la constante de Plank, V es el volumen de un mol del líquido y T_b la temperatura de ebullición.

EJEMPLO

Utiliza los siguientes datos, del benceno, para calcular y graficar su viscosidad en un intervalo de 0 a 70 °C.

$$N = 6.023 \times 10^{23} \text{ (g - mol)}^{-1}$$

$$h = 6.024 \times 10^{-27} \text{ erg seg o g cm}^2 \text{ seg}^{-1}$$

$$V = 89 \text{ cm}^3 \text{ (g . mol)}^{-1} \text{ a } 20^\circ\text{C}$$

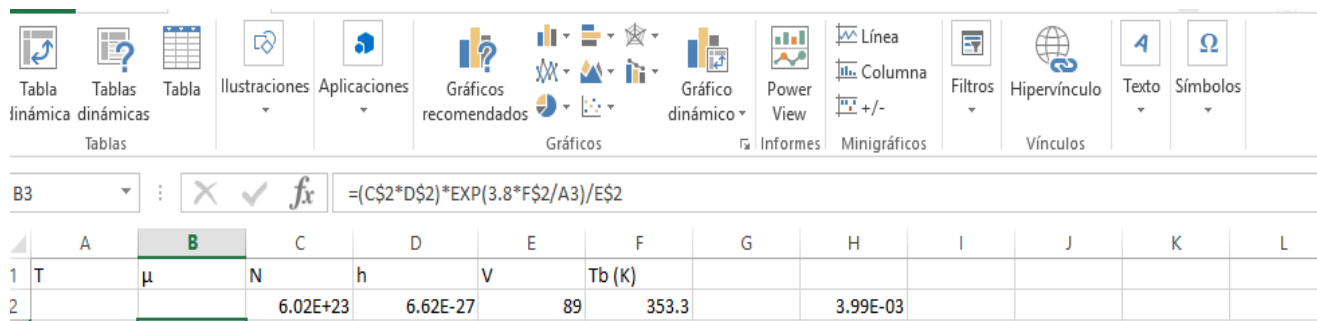
$$T_b = 273.2 + 80.1 = 353.3^\circ\text{K}$$

SOLUCIÓN

Usamos la ecuación:

$$\mu = \frac{Nh}{V} E^{3.8Tb} / T$$

Escribimos los datos en una hoja de cálculo...

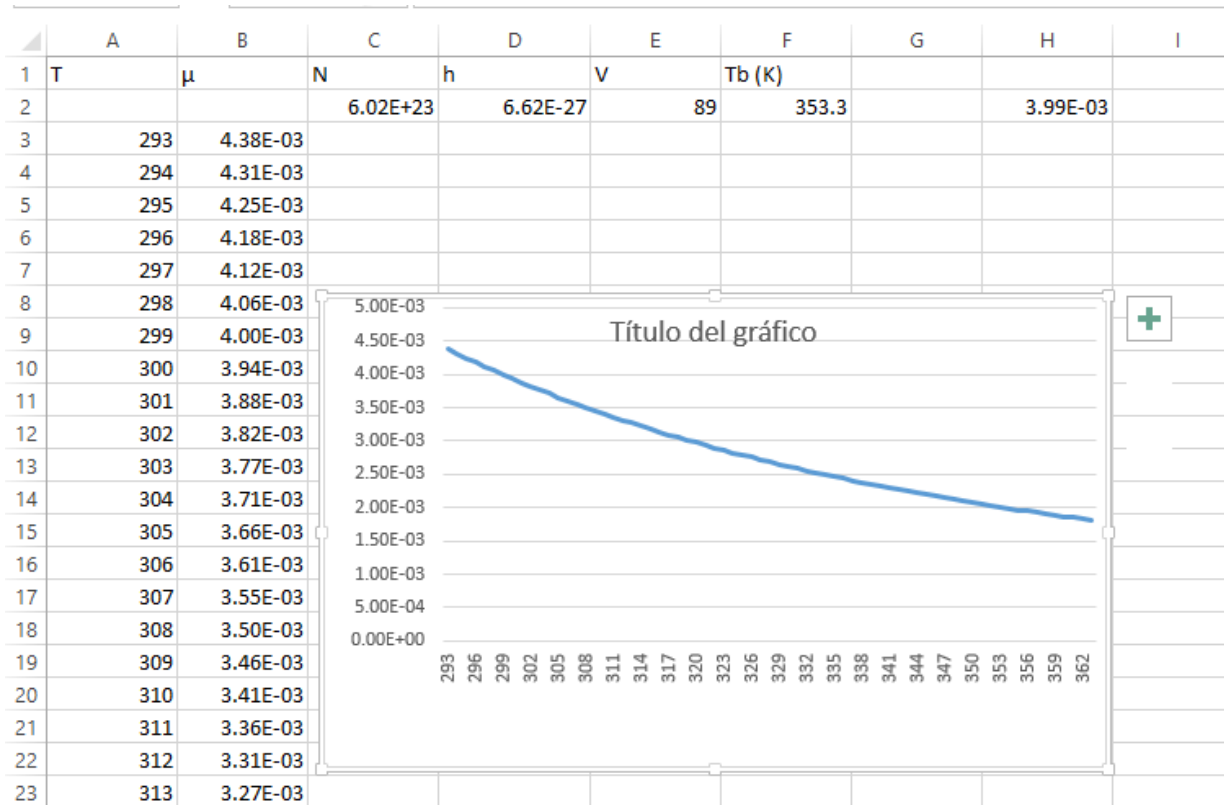


The screenshot shows the Microsoft Excel interface. The formula bar at the top displays the formula $\mu = (C\$2 * D\$2) * EXP(3.8 * F\$2 / A3) / E\2 . Below the formula bar, a table is visible with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	T	μ	N	h	V	Tb (K)						
2			6.02E+23	6.62E-27	89	353.3		3.99E-03				

RESULTADO

Después la dejamos correr hasta 70 C



La conductividad térmica está relacionada con la conductividad eléctrica a través de la ley de Wiedemann- Franz.

$$\frac{k}{\sigma} = LT$$

$$L = 2.29 \times 10^{-9} \text{ Volts}^2 \text{ K}^{-2}$$

k = Conductividad térmica

L = Número de Lorenz

σ = Conductividad eléctrica

Por lo tanto una de ellas puede conocerse en función de la otra.

LEY DE WIEDEMANN-FRANZ



BREVIARIO CULTURAL

“Por el descubrimiento teórico de transiciones de fase topológicas y fases topológicas de la materia”.



David J. Thouless



Duncan M. Haldane



Michael Kosterlitz

NOBEL DE FÍSICA 2016

TRANSICIÓN DE FASES Y CAMBIOS DE ESTADO

- Fase conductora y Fase superconductora (Mismo material)
- Fase Ferromagnética y Fase paramagnética

REFERENCIAS

Bird. Transport Phenomena.
Kittel, Charles «Introduction to solid state physics»

Braun, E. Arquitectura de sólidos y líquidos. La Ciencia para todos 26. Fondo de cultura económica.

Fernández-Flores R. y Martínez-Peniche J. R. «Por una democracia sin huesos (ni duros, ni de los otros)».

<http://desarmandolamafia.blogspot.mx/2016/10/lilliput-el-pais-de-las-maravillas.html>

